$$10^\circ \quad \frac{d^2E_y}{dr^2}+\frac{1}{r}.\frac{dE_y}{dr}=-\left(\beta_0^2-\beta_G^2+\frac{n^2}{r^2}\right).E_y$$

$$11^\circ \quad \beta_0^2-\beta_G^2=\beta_C^2$$

$$12^\circ \quad \frac{d^2E_y}{dr^2}+\frac{1}{r}.\frac{dE_y}{dr}=-\left(\beta_C^2+\frac{n^2}{r^2}\right).E_y$$

Ecuación diferencial del científico alemán Federico Bessel. Para lograr la solución recurrió a la adopción de una serie de potencias y en la búsqueda de los coeficientes de cada uno de los términos de dicha serie,surgieron para cada valor de "n", las denominadas funciones ó polinomios de Bessel.

Al graficarlas notamos la presencia de funciones trigonométricas cuyos módulos y periodos son variables.

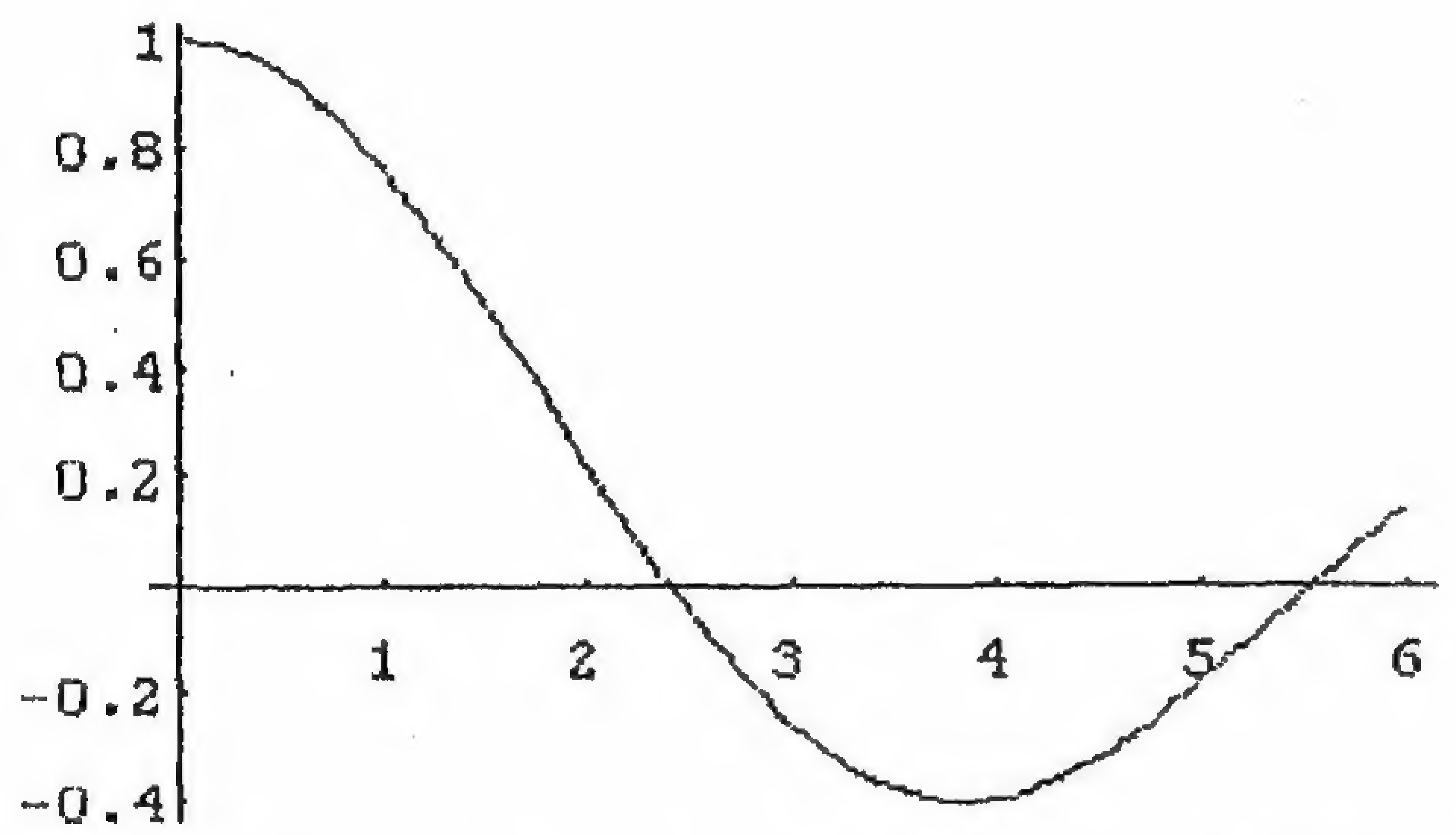


Fig.1-Función de Bessel $J_0(\beta_C r)$

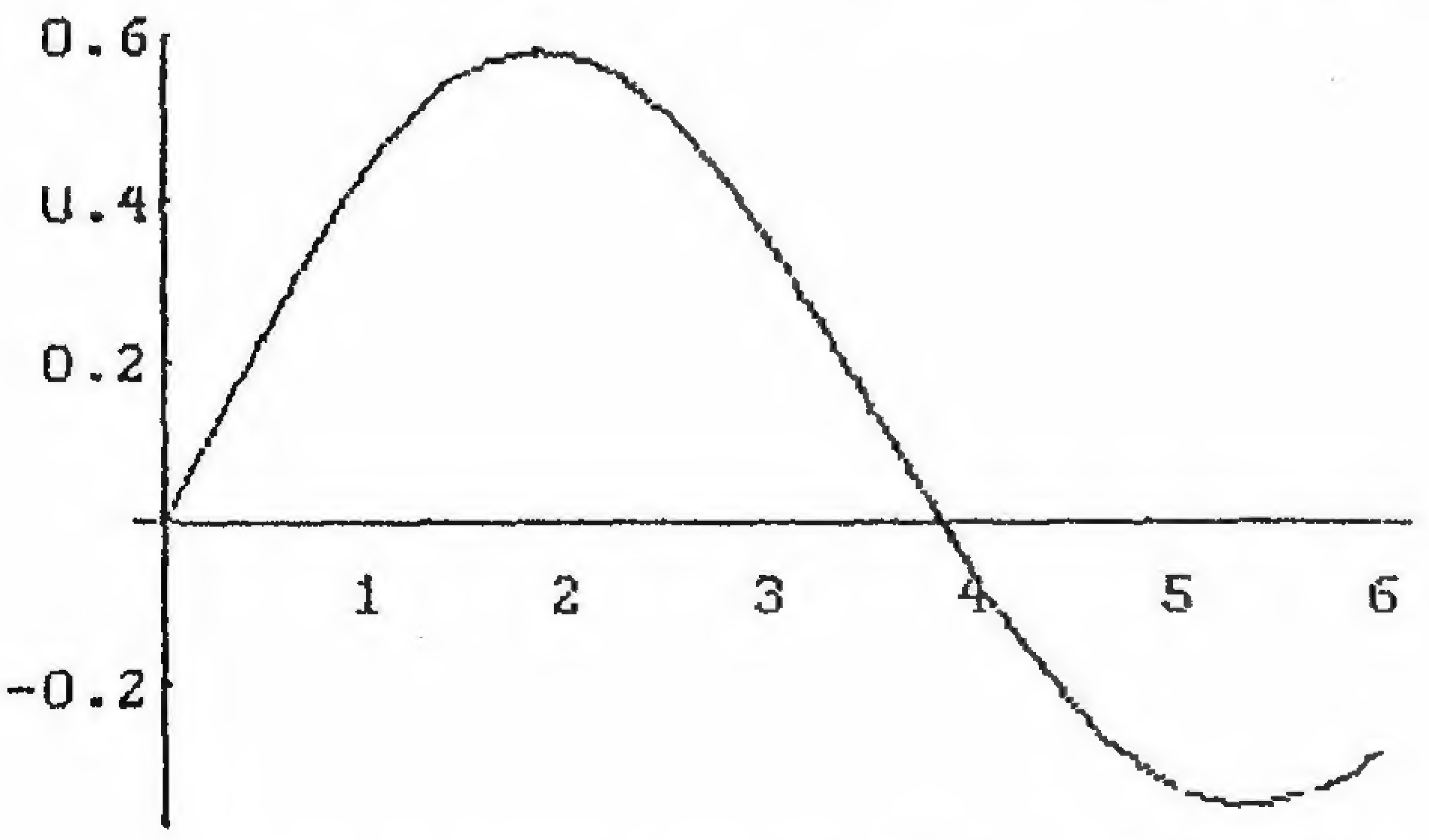


Fig. 2-Función de Bessel $J_1(\beta_C r)$

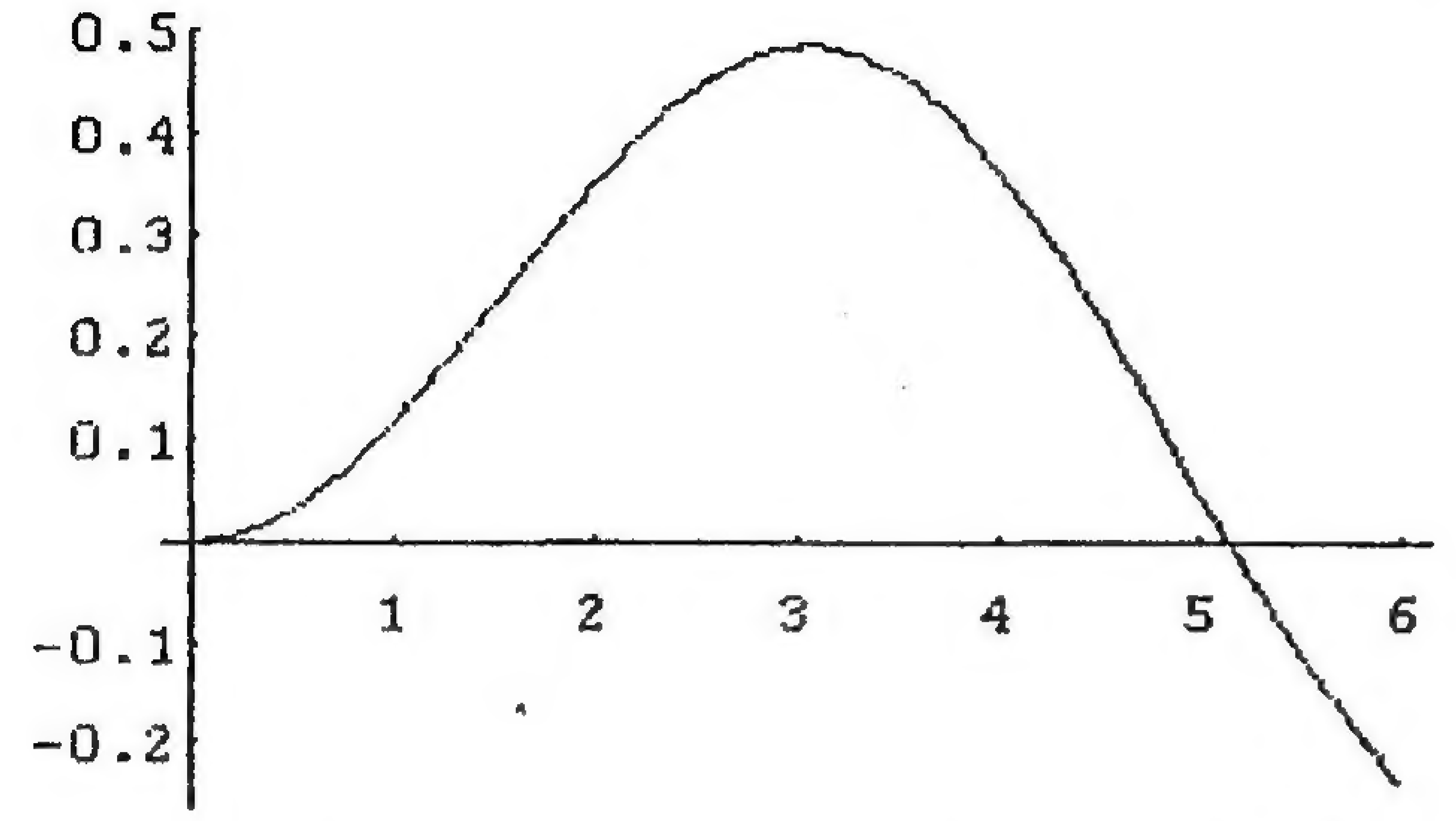


Fig. 3-Función de Bessel $J_2(\beta_C r)$

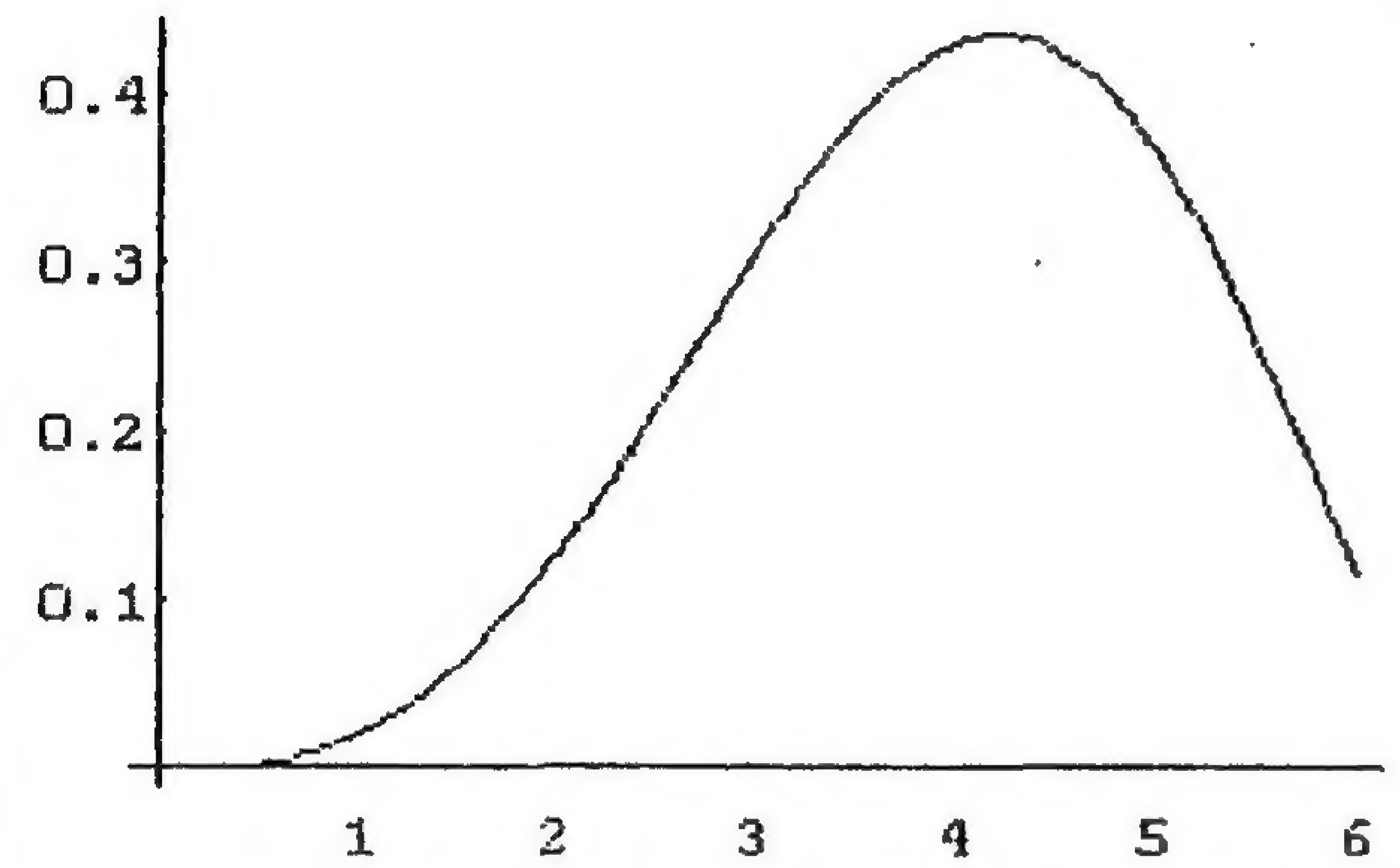


Fig 4-Función de Bessel $J_3(\beta_C r)$

Para nuestro caso, el campo eléctrico longitudinal que arrastra el frente de onda electromagnético para el modo TM resulta:

13° $$E_y = \beta_C^2 . J_n(\beta_C . r) . Cos(n.\theta) . e^{J(n\theta + \beta_G y)}$$

Del mismo modo, el campo eléctrico circular que forma parte del frente de onda electromagnético para el modo TE resulta:

14° $$E_\theta = J\omega . \mu . \mu_0 . \beta_C^2 \times J_n'(\beta_C . r) . Cos(n\theta) . e^{J(n\theta + \beta_G y)}$$

FRECUENCIAS DE CORTE

Mediante aplicación de las condiciones de contorno sobre las paredes interiores de la cubierta circular $(r = a)$, se determinan las frecuencias de corte de los diferentes modos.

TRANSVERSAL MAGNETICO

$$15^{\circ} \quad E_y(a) = 0 \qquad\qquad J_n(\beta_C . a) = 0$$

TRANSVERSAL ELECTRICO

$$15^{\circ} \quad E_{\theta}(a) = 0 \qquad\qquad J'_n(\beta_C . a) = 0$$

Significa que para el transversal magnético las raíces ó ceros de la función de Bessel correspondiente determinan la frecuencia de corte. Por ejemplo, si tenemos el modo TM21, significa que se trata de la función de Bessel n=2 correspondiente al primer cero o raíz.

Para el transversal eléctrico, las derivadas nulas de la función determinan la frecuencia de corte.Es decir los máximos ó mínimos

La siguiente table muestra tanto los ceros de las funciones como de sus derivadas.

	n=0	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	
$J_n(\beta_C r)=0$	2.405	3.832	5.135	6.380	7.588	8.77	1°
	5.5201	7.016	8.417	9.761	11.06	12.33	2°
	8.6637	10.17	11.62	13.01	14.37	15.70	3°
	11.781	13.32	14.79	16.22	17.61	18.98	4°
	14.930	16.47	17.95	19.41	20.82	22.21	5°
	18.071	19.81	21.11	22.58	24.02	25.43	6°
$J'_n(\beta_C r)=0$	0.000	1.841	3.064	4.281	5.318	6.415	1°
	3.8317	5.331	6.706	8.015	9.282	10.52	2°
	7.0456	8.536	9.969	11.34	12.68	13.98	3°
	10.17	11.70	13.17	14.58	15.96	17.31	4°

EJEMPLO:DETERMINAR LA FRECUENCIA DE CORTE DEL MODO TM21 EN UNA GUIA CIRCULAR CUYO RADIO DE LA SECCION ES DE 2cm.

SOLUCION

1°. $J_2(\beta_{C21} \times 2) = 0$

buscamos en la tabla

2° $\beta_{C21} \times 2 = 5.1356$

La constante de fase de corte en función de la longitud de onda de corte se expresa:

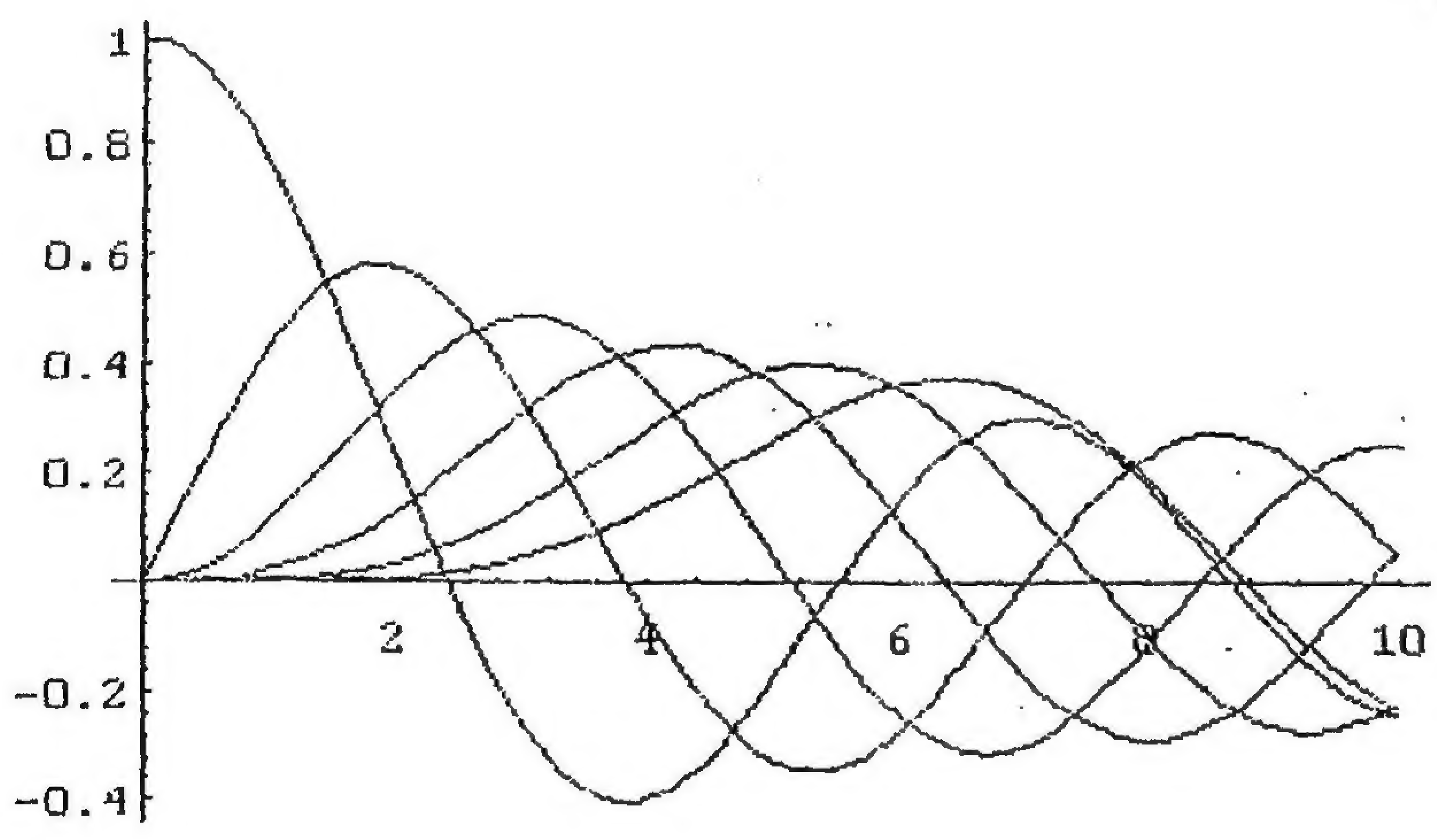
3° $\beta_{C21} = \dfrac{2.\pi}{\lambda_{C21}}$ $\dfrac{2.\pi}{\lambda_{C21}} \times 2 = 5.1356$

De donde despejamos la longitud de onda de corte

4° $\lambda_{C21} = \dfrac{6.28 \times 2}{5.1356} = 2.44567$

La frecuencia de corte se calcula con la conocida relación.

5° $f_{C21} = \dfrac{\vec{c}}{2.44567} = 12.26 gigahertz$



EJERCICIOS RESUELTOS

2.1.- Una guía de onda cilíndrica WC-50, es utilizada en el rango de frecuencia, 15.9-21.8gigahertz en el modo dominante. Calcular la frecuencia de corte para un diámetro de 1.270cm.también obtener la frecuencia de corte para el modo TM01.

SOLUCION

1°. $\beta_{c11} \times a = 1.841$ $\qquad f_{C11} = \dfrac{\vec{c}}{\lambda_{C11}} = \dfrac{\vec{c}}{\dfrac{2.\pi}{\beta_{C11}}} = \dfrac{\vec{c}}{2.\pi}\dfrac{1.841}{a}$

2° $$f_{C11} = \frac{\vec{c}}{2.\pi}\frac{1.841}{0,635} = 13.84\,gigahertz$$

3°. $$f_{C01} = \frac{\vec{c}}{2.\pi}\frac{2.405}{0,635} = 18.08\,gigahertz$$

2.2.-Una guía de onda cilíndrica WC-19, es utilizada en el rango de frecuencia 42.4-58.10 gigahertz en el modo dominante. Encontrar el diametro de la guía para la frecuencia de corte 36.776gigahertz.

SOLUCION

1°. $$2 \times a = diámetro = 2 \times \frac{\vec{c} \times 1.841}{2.\pi \times 36.77 \times 10^{9}} = 0,478cm$$

2.3.-Una guía de onda cilíndrica opera en el rango 16-18gigaherz sólo en el modo TE11. ¿ Cual és el margen posible para la dimensión del radio?.

SOLUCION

1°. $$\frac{2.\pi}{2.405}.a < 1{,}66cm < \lambda_0 < 1{,}875cm < \frac{2.\pi}{1.841}.a$$

2°. $$a < \frac{1{,}66 \times 2.405}{6.28} = 0{,}63cm \qquad a > \frac{1{,}875 \times 1.841}{6.28} = 0{,}55cm$$

3°. $$0{,}55cm < a < 0{,}63cm$$

2.4.-Calcular el radio de una guía cilíndrica que opere en la frecuencia de 10gigahertz en el modo dominante y el inmediato superior.

SOLUCION

1°. $$\beta_{C11}.a = 1.841 \qquad a = \frac{\lambda_0 \times 1.841}{6{,}28} = \frac{3cm \times 1.841}{6{,}28} = 0{,}88cm$$

2°. $$\textit{Para el modo inmediato superior } a = \frac{3 \times 2.405}{6.28} = 1.15cm$$

Las frecuencias de corte son;

$$\lambda_{C11} = \frac{2.\pi.0{,}88}{1.841} = 3.0033cm$$

$$\lambda_{C01} = \frac{2.\pi.1.15}{2{,}405} = 3.0029$$

Como se aprecia , la longitud de onda en el espacio libre seencuentra al limite de ambos modos de transmisión. En estas condiciones la longitud de onda en la guía se hace excesivamente alta y por ende cerca del corte de la transmisión.La solución del problema técnico se resuelve incrementando el valor de la frecuencia de operación por ende reducir la longitud de onda del espacio libre.

SOLUCION

1°. $$288^o = \beta_G \times d = \frac{2.\pi}{\lambda_G} \times 0{,}02 = \frac{\pi}{180^o} \times 288 \Rightarrow\Rightarrow \frac{1}{\lambda_G} = 40$$

2°. $$\frac{1}{\lambda_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon}.f_0}{\vec{c}}$$

3°. $$\left(\frac{\sqrt{\varepsilon}.f_0}{\vec{c}}\right)^2 = 40^2 + \left(\frac{1}{\lambda_C}\right)^2$$

4°. $$\varepsilon.\left(\frac{f_0}{\vec{c}}\right)^2 = 40^2 + \left(\frac{f_C}{\vec{c}}\right)^2$$

5°. $$\varepsilon = \frac{40^2 + \left(\frac{9\times10^9}{3\times10^8}\right)^2}{\left(\frac{f_C}{\vec{c}}\right)^2} = 25$$

2.7.-Una guía cilíndrica tiene por radio a=3,6cm.Dar las frecuencias de corte de los 6 primeros modos que pueden propagarse en la guía.

SOLUCION

2.5.-Se pide el margen del radio de la guía cilíndrica tal que operando en la frecuencia de 10gigahertz, transmita sólo el modo TM01.

SOLUCION

La longitud de Onda en el espacio libre es de 3centímetros.

La longitud de onda de corte en el modo TM01 es:

$$\lambda_{C01} = \frac{2.\pi.a}{2.405}$$

La longitud de onda de corte en el modo contiguo TM11 es;

$$\lambda_{C11} = \frac{2.\pi.a}{3.84}$$

Las condiciones son:

1° $3 < \frac{2.\pi.a}{2.405}$ $\qquad$ $3 > \frac{2.\pi.a}{3.84}$

2° $a > \frac{2.405 \times 3}{6,28} = 1.14$ $\qquad$ $a < \frac{3.84 \times 3}{6,28} = 1.83cm$

3°. $1.14 < a < 1.84$

2.6.-Una señal de 3Gigahertz, al atravesar una sección de guía de 2cm de longitud lleno de material dieléctrico ε, sufre un defasaje de 288°. Se sabe además que la frecuencia de corte cuando la guía está vacía es de 9Gigahertz. Cual es el valor de la constante dieléctrica?.

1° $\lambda_{CTE11} = \dfrac{2.\pi}{1.841} \times 3.6 = 12.29cm$ $\quad$ $f_{CTE11} = \dfrac{\vec{c}}{12.29} = 2.44 gigahertz$

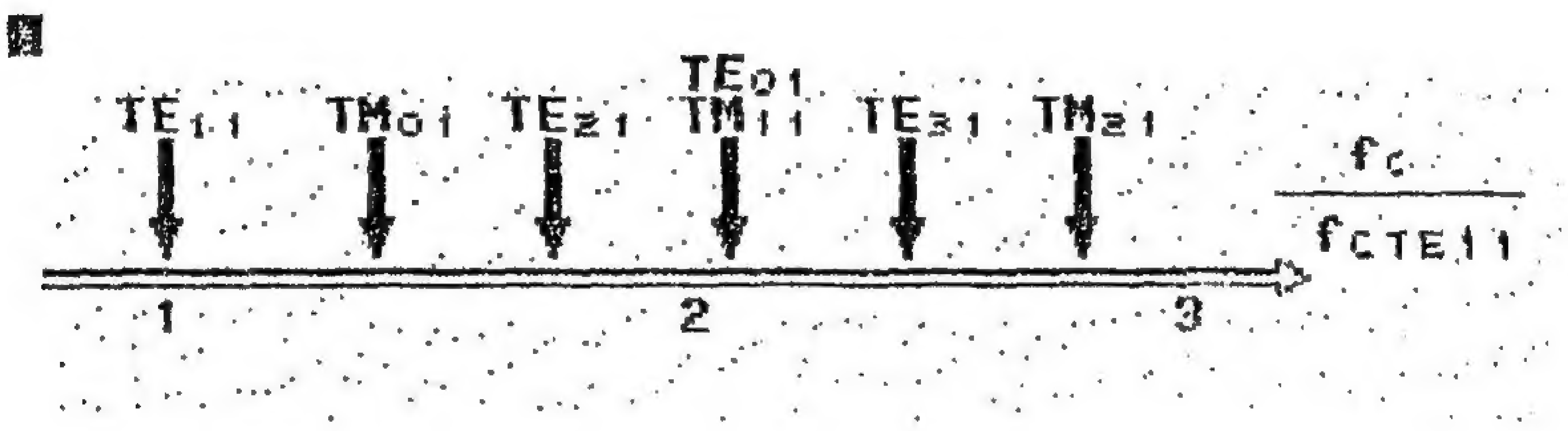
2° $\lambda_{CTM01} = \dfrac{2.\pi}{2.405} \times 3.6 = 9.40cm$ $\quad$ $f_{CTM01} = \dfrac{\vec{c}}{9.40} = 3.19 gigahertz$

3° $\lambda_{CTE21} = \dfrac{2.\pi}{3.064} \times 3.6 = 7.38cm$ $\quad$ $f_{CTE21} = \dfrac{\vec{c}}{7.38} = 4.06 gigahertz$

4°. $\lambda_{CTE01} = \dfrac{2.\pi}{3.83} \times 3.6 = 5.904cm$ $\quad$ $f_{CTE01} = \dfrac{\vec{c}}{5.904} = 5.08 gigahertz$

5° $\lambda_{TM11} = \dfrac{2.\pi}{3.83} \times 3.6 = 5.904cm$ $\quad$ $f_{CTE01} = \dfrac{\vec{c}}{5.904} = 5.08 gigahertz$

6° $\lambda_{CTM21} = \dfrac{2.\pi}{5.135} \times 3.6 = 4.40cm$ $\quad$ $f_{CTM21} = \dfrac{\vec{c}}{4.40} = 6.81 \text{gigahertz}$



2.8.-Se pide el margen del radio de la guía cilíndrica tal que operando en la frecuencia de 5gigahertz, transmita sólo el modo dominante TE11.
SOLUCION

1° $\lambda_0 = 6cm$ $\quad$ $6 < \dfrac{2.\pi}{1.84}.a$ $\quad$ $6 > \dfrac{2.\pi}{2.405}.a$

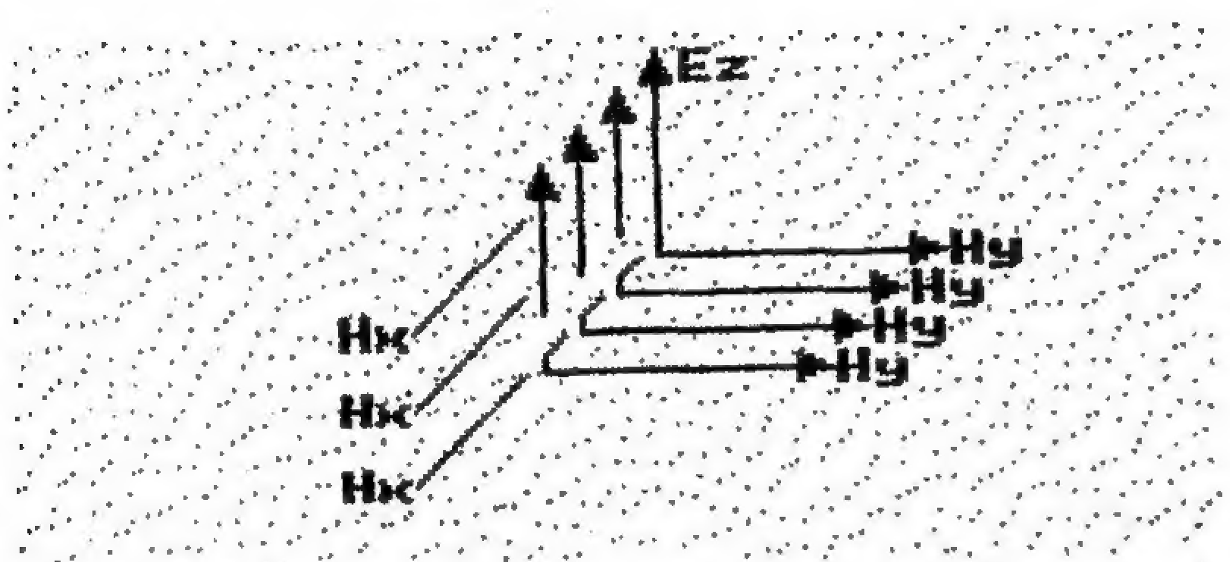
2°. $\dfrac{6 \times 1.84}{2.\pi} < a < \dfrac{6 \times 2.405}{2.\pi}$

3° $1.75\text{cm} < a < 2.29\text{cm}$

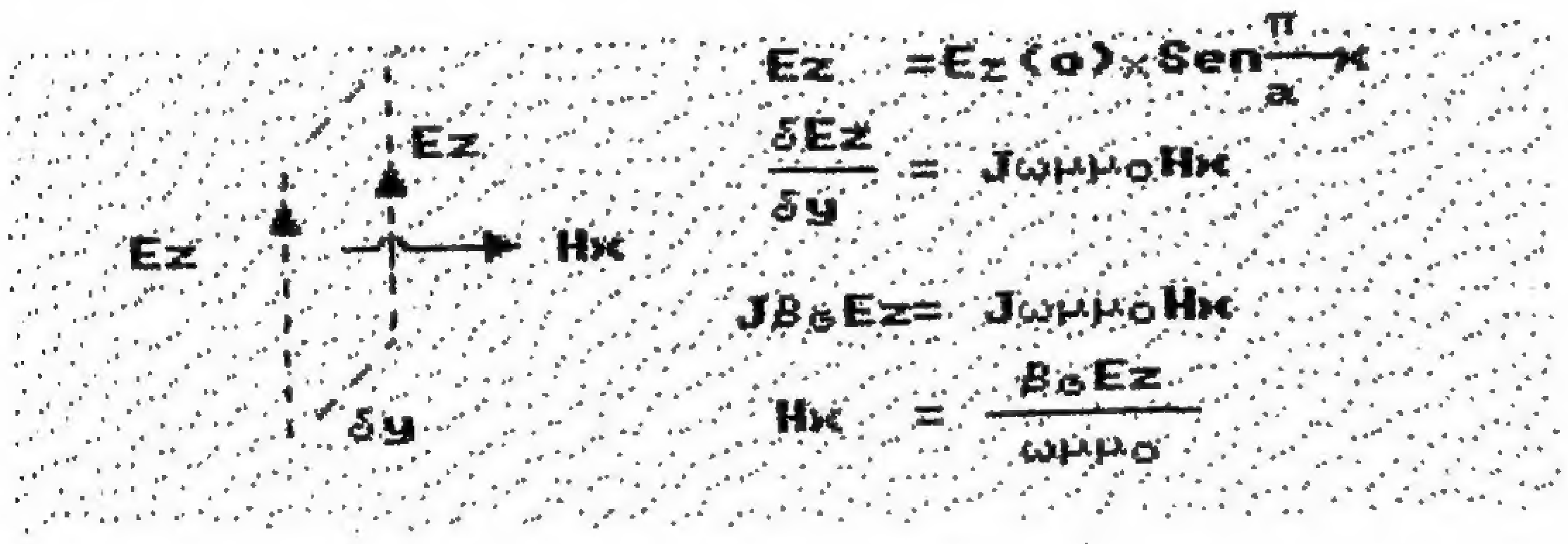
-Una guía de onda rectangular, que opera en 65Gigahertz, tiene las dimensiones, $a = 2{,}54mm,\ b = 1{,}27mm$ Se propaga el modo dominante.Se inyecta en la parte central un campo eléctrico de $1{,}5 \times 10^6 V/m$:Se pide obtener su expresión y calcular la Potencia transportada por la misma.

SOLUCION

El frente de onda está dado por las siguientes componentes.



La componente Hy arrastra el frente de onda electromagnético.La potencia transportada es función de las otras dos componentes,Ez y Hx, que conforman el vector de Poynting.



$$P = \frac{1}{2}\iint E_z . H_x . b.dx = \frac{E_{zo}{}^2 \beta g}{\omega\mu\mu_o . 2}\int_0^a .Sen^2 \frac{\pi}{a}x\ b.dx =$$

$$P = E_{zo}{}^2 \times \frac{2\pi}{\lambda g} \times \frac{b.a}{4} \times \frac{1}{2\pi \frac{\vec{c}}{\lambda_o} . 4\pi . 10^{-7}} =$$

$$P = E_{zo}^2 \times \frac{\lambda_o}{\lambda g} \times \frac{b.a}{4} \times \frac{1}{120.\pi}$$

$$P = \frac{E_{zo}^2}{120.\pi} \times \frac{b.a}{4} \times \sqrt{1 - (\frac{\lambda_0}{\lambda_c})^2}$$

$$P = \frac{\left(1{,}5 \times 10^6\right)^2}{377} \times \frac{3{,}225 \times 10^{-6}}{4} \times \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}004615}{0{,}00508}\right)^2}$$

$$P = 0{,}006 \times 10^{12} \times 0{,}80625 \times 10^{-6} \times \sqrt{1 - 0{,}825309}$$

$$P = 0{,}0048375 \times 10^6 \times 0{,}417960524 = 0{,}00202188 \times 10^6 = 2{,}021KW$$

s posible obtener y calcular la componente Hx en la parte central.

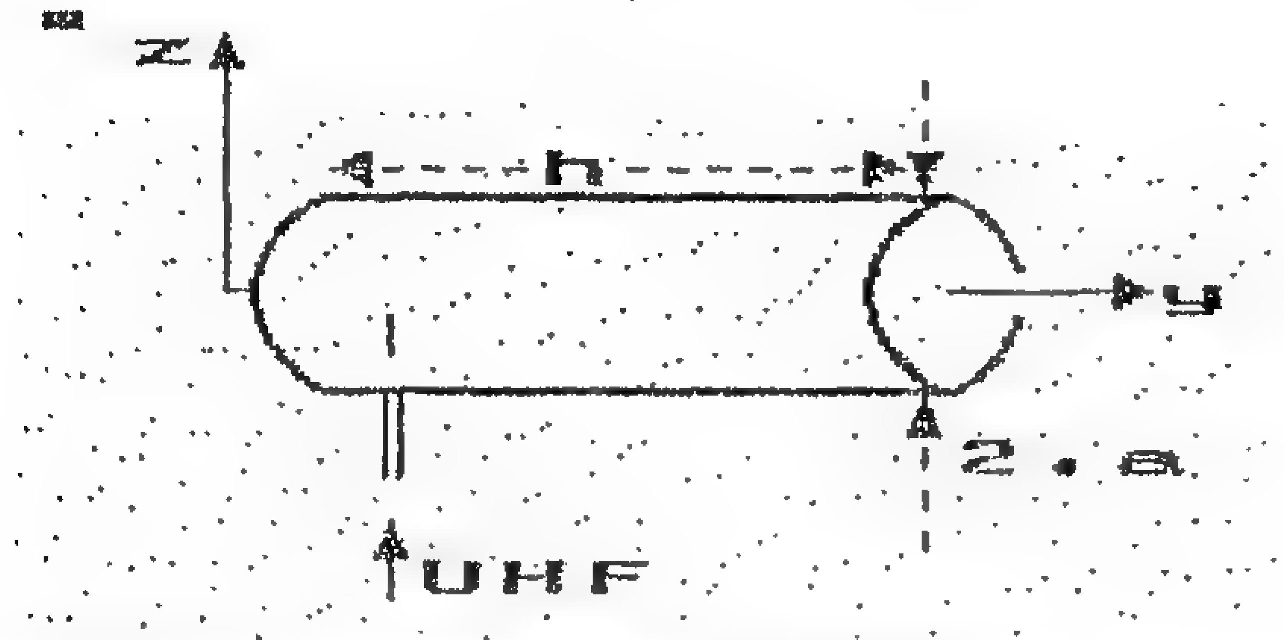
$$H_x = \frac{E_{zo}}{377 \times \frac{\lambda_C}{\lambda_0}} = \frac{1{,}5 \times 10^6}{377 \times \frac{0{,}00508}{0{,}004615}} = \frac{1{,}5 \times 10^6}{414{,}986} = 3614{,}58A / m$$

vector de Poynting se expresa y se calcula:

$$= E_z \times H_x = 1{,}5 \times 10^6 \times 3614{,}58 = 5421{,}87 \times 10^6 W / m^2$$

CAVIDAD RESONANTE

Se constituye una cavidad resonante a partir de una guía de onda colocando dos planos perfectamente conductores en:
$y = 0$ e $y = h$



Adoptamos la exitación TE, tal como se muestra en la figura.

Como se ha visto en los desarrollos precedentes el frente de onda TE es arrastrado por la componente longitudinal del campo Magnético.

1º $$H_y = H_0 . J_n(\beta_C . r). Cos(n\theta). e^{-J\beta_G \cdot y}$$

La componente circular del campo eléctrico se expresa:

2º. $$E_\theta = J\omega.\, \mu.\, \mu_0.\, \beta_C^{\,2}.\, J_n'(\beta_C . r). Cos(n.\theta). e^{-J.\beta_G \cdot y}$$

Sabemos que la "frecuencia de corte" en la guía está determinada por la condición de contorno del campo eléctrico para r=a.

Si elegimos el Modo TE01

3º. $$\beta_{C01} . a = 3.83 \qquad \beta_{C01} = \frac{3.83}{a}$$

Por otra parte la señal incidente al chocar con el plano conductor en y=h genera una onda reflejada.

4º. $$H_Y = H_0 . J_0 . e^{-J.\beta_G \cdot y} + H_0 . J_0 . e^{J.\beta_G \cdot y} = H_0 . J_0 . 2. Sen\beta_G . y$$

La condición de contorno de la componente normal del campo magnético sobre el plano conductor establece que:

5. $H_y(h) = 0$ $\quad\quad$ $\mathrm{Sen}\beta_G . h = 0$ $\quad\quad$ $\beta_G . \mathrm{h} = \pi$ $\quad\quad$ $\beta_G = \dfrac{\pi}{\mathrm{h}}$

La frecuencia de Resonancia surge de la relación:

6°. $$\beta_0^2 = \beta_G^2 + \beta_C^2 = \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{3.81}{a}\right)^2 = \left(\frac{2.\pi}{\lambda_0}\right)^2.$$

7°. $$f_0 = \frac{\vec{c}}{\lambda_0} = \frac{\vec{c}}{2.\pi}\sqrt{\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{3.81}{a}\right)^2}$$

APLICACION NUMERICA

3.1.-Calcular la frecuencia de resonancia de una cavidad cilíndrica que tiene un radio de 1cm y una longitud de 5cm.
SOLUCION

1°. $$f_0 = \frac{3\times 10^{10}}{2.\pi}.\sqrt{\left(\frac{\pi}{5}\right)^2 + \left(\frac{3.81}{1}\right)^2} = 18.44 gigahertz$$

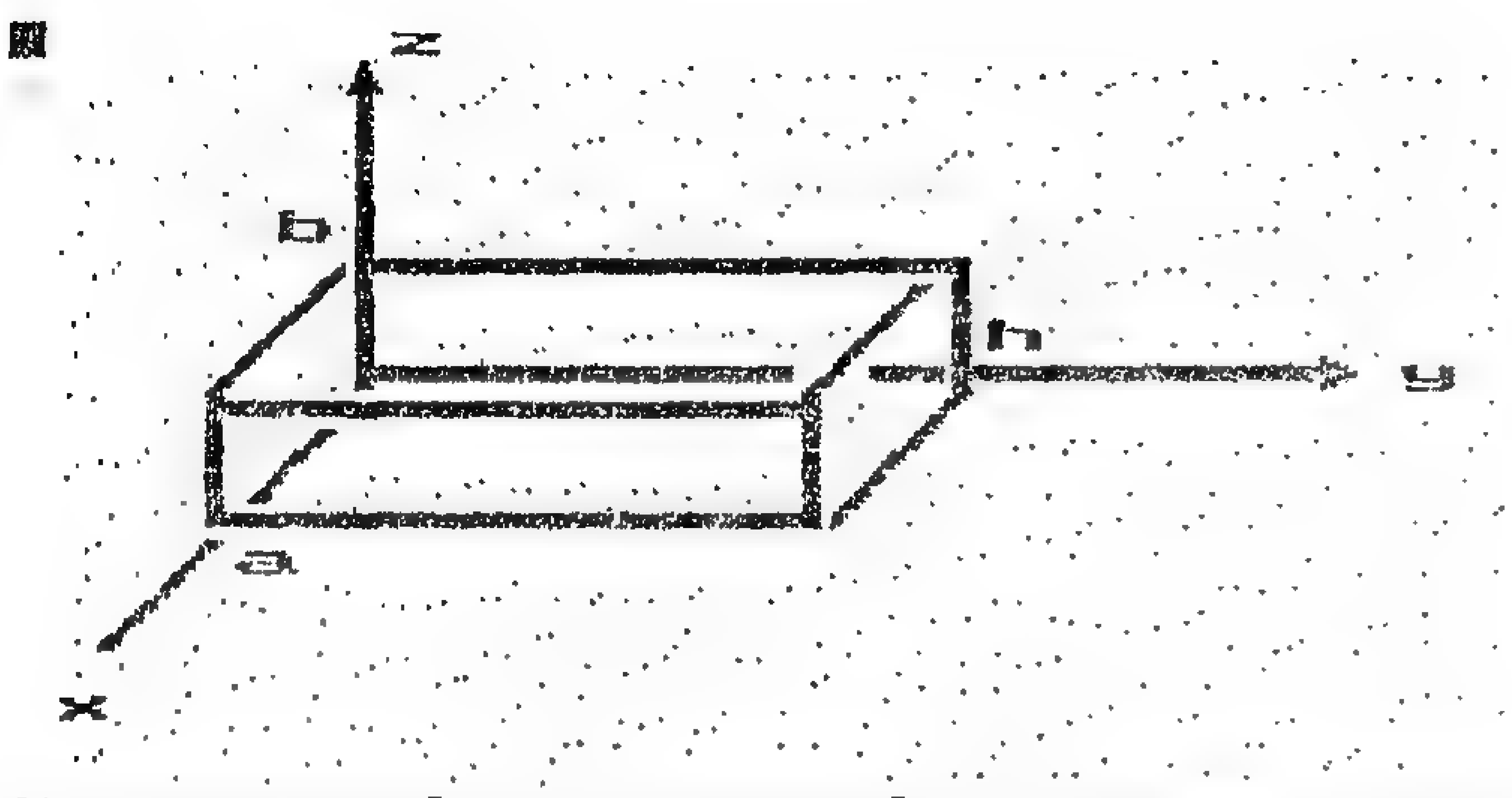
Téner en cuenta que la cavidad es equivalente a un circuito resonante L-C.
Es la razón por la cual se calcula el coeficiente de calidad "Q".
Para nuestro caso el modo de la cavidad es elTE011

2°. $$Q = \frac{1}{\delta\lambda^2}.\frac{4.\pi.a^3}{3.83^2 + 2.\pi^2.(\frac{a}{h})^2}$$

En donde δ es la profundidad de penetración del campo en el conductor utilizado.

C A V I D A D   R E C T A N G U L A R

Se construye una cavidad recatngular a partir de una guía de onda rectangular, cerrada con un conductor perfecto plano dotado de un orificio de acople , en y=0 e y=h.



El analisis físico- matemático desarrollado conceptualmente para la cavidad cilíndrica es válido para la cavidad rectangular.

La configuración geométrica nos permite afirmar que la frecuencia de resonancia se expresa:

$$8^{\circ}.\quad f_0 = \frac{\vec{c}}{2.\pi}\sqrt{\left(\frac{m.\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n.\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p.\pi}{h}\right)^2}$$

Simplificando:

$$9^{\circ}.\quad f_0 = \vec{c}.\sqrt{\left(\frac{m}{2.a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2.b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2.h}\right)^2}$$

APLICACION NUMERICA

3.2.-Se tiene una guía rectangular normalizada a= 1,016cm b= 2,286cm ¿A cuales distancias se debe colocar el piston de cortocircuito para que la cavidad pueda resonar en el modo TE012 entre 9.3 y 10.2gigahertz?.

SOLUCION

Para el modo TE012; m=0, n=1, p=2 sea;

1°. $f_0 = \vec{c}\sqrt{\left(\frac{1}{2.b}\right)^2 + \left(\frac{1}{h}\right)^2}$ $\qquad h = \frac{2.b}{\sqrt{\left(\frac{2.b}{\lambda_0}\right)^2 - 1}}$

2° $f = f_1 = 9.3ghertz \quad \lambda_0 = 3.25cm \qquad h_1 = 4.57cm$

$f = f_2 = 10.2ghertz \quad \lambda_0 = 2.94cm \qquad h_2 = 3.84cm$

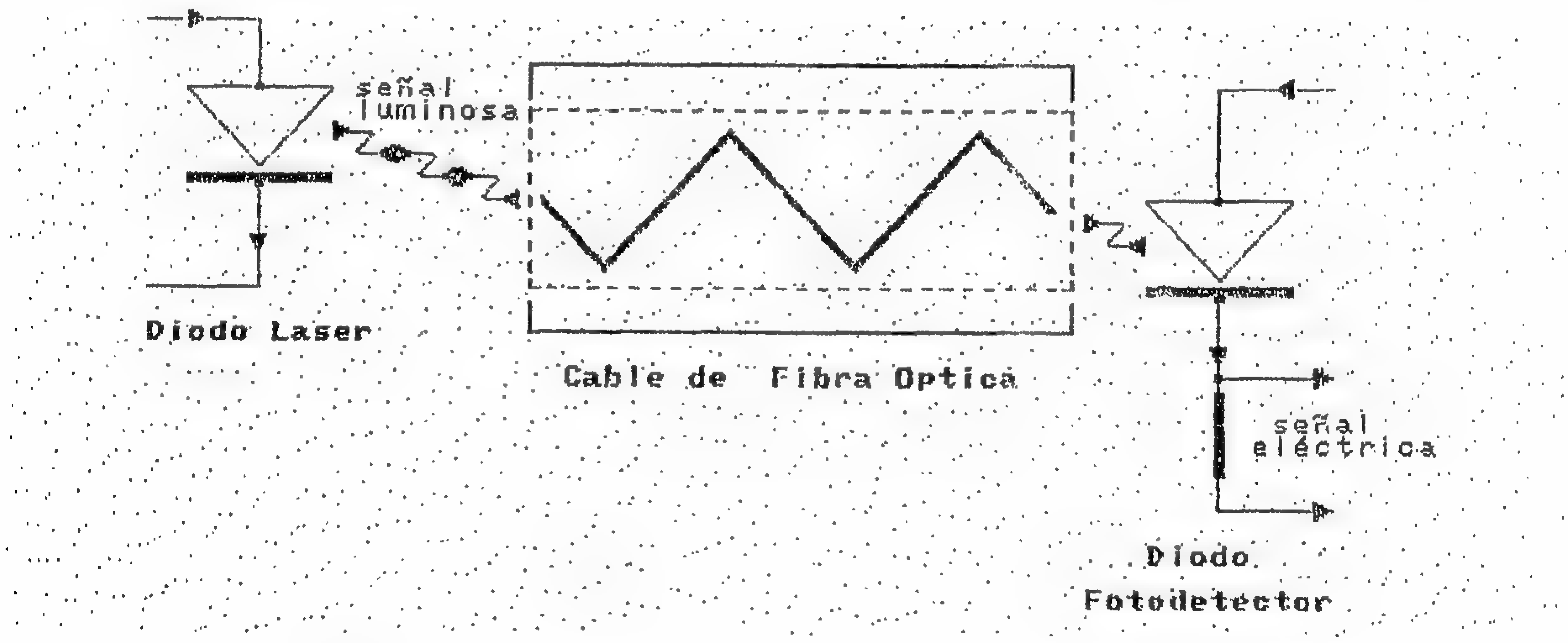
CABLE DE FIBRA OPTICA

La propiedad que tiene el vidrio de transmitir la luz, convierte a la fibra óptica en el objeto Central de un Medio de Enlace.

Los laboratorios de investigaciones de los Estados Unidos de Norte América y Japón permitieron lograr ese objetivo, cuando tras los avances científicos y tecnológicos, se pudo llegar a traves de la utilización del arsénico de aluminio de galio, a valores razonables de atenuación.

Se trata de una Guía de Onda Cilíndrica de material dieléctrico, constituida de una capa central de constante dieléctrica ε_1 e índice de refracción η_1, envainada por una segunda capa periférica de constante dieléctrica ε_2 e índice de refracción η_2.

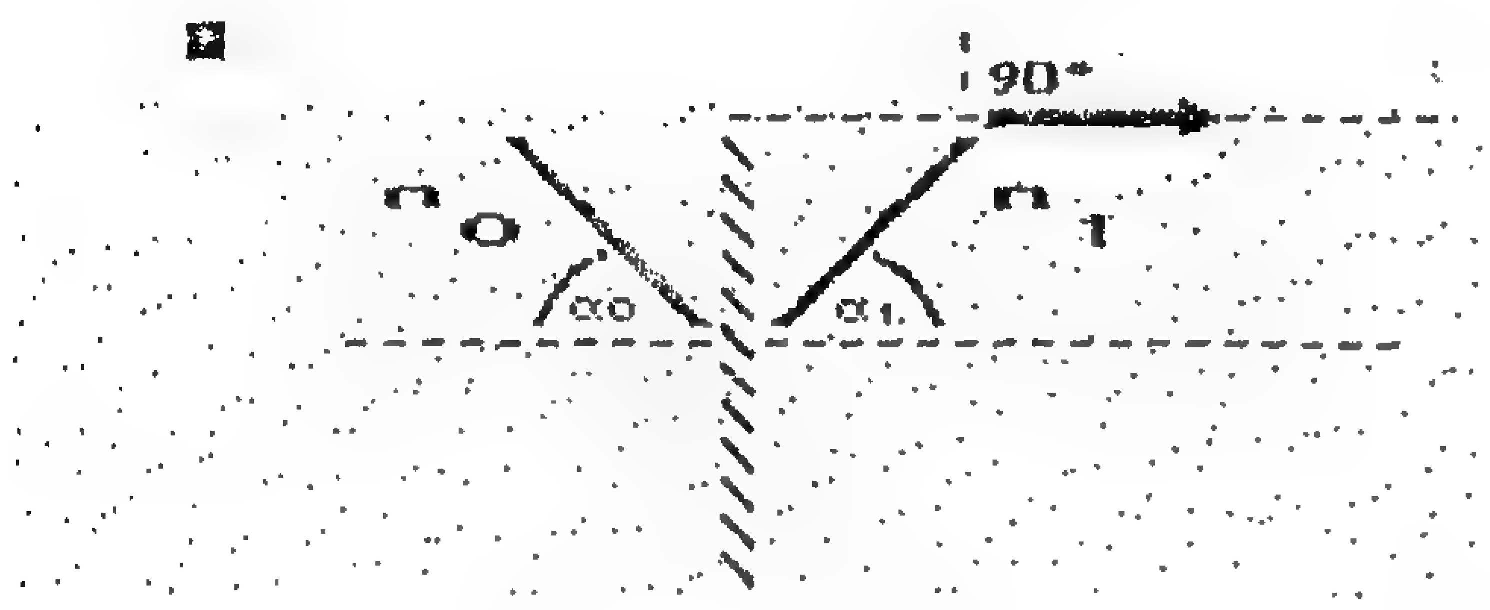
Los semiconductores Laser y Fotodetectores constituyen los órganos de las extremidades del cable.



CONDICION DE PROPAGACION

Las leyes de la reflexión conocidas como las leyes de Snell, permiten determinar la condición de propagación.

Mediante dicha aplicación se persigue como objetivo la máxima reflexión en el interior del corazón de la fibra.Tal objetivo se corresponde con la mínima ó nula refracción hacia la vaina.



Para la zona limítrofe de inyección:

1°. $n_0 \times Sen\alpha 0 = n1 \times Sen\alpha 1$

Para la zona limítrofe con la vaina:

2°. $n_1 \times Sen(90 - \alpha_1) = n_2 \times Sen90°$

3°. $n_0 = 1$ $\quad$ $Sen90° = 1$

4° $n_1 \times Cos\alpha_1 = n_2$

5°. $Sen\alpha_0 = n_1 \times Sen\alpha_1 = n_1 \times \sqrt{1 - Cos^2\alpha} = n_1\sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$

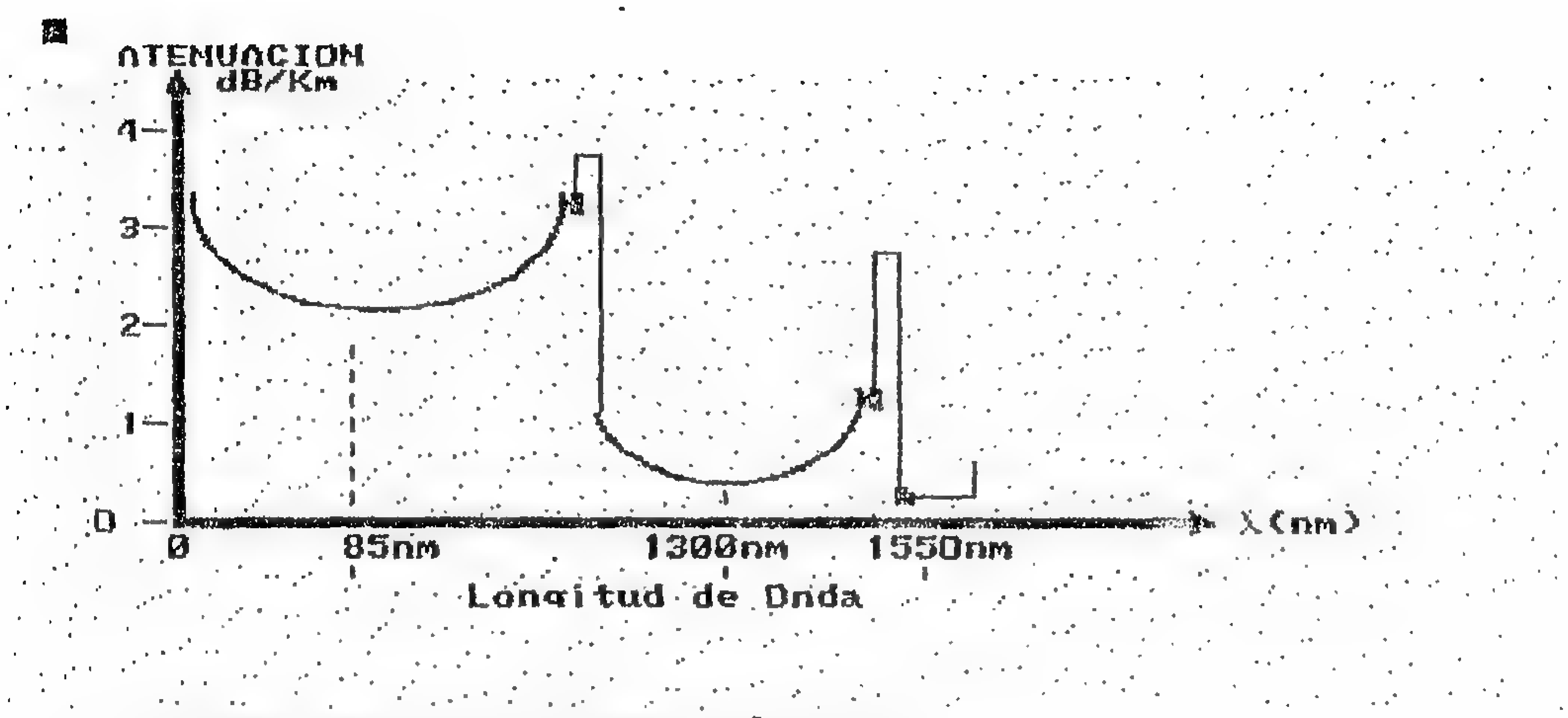
6° $Sen\alpha_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

Desde que el ámgulo de inyección y por ende la apertura numérica es un número real surge la condición:

7° $n_1 > n_2$

Las mediciones efectuadas sobre los cables de fibra óptica han permitido conocer frecuencias de portadora en las cuales la atenuación es mínima.

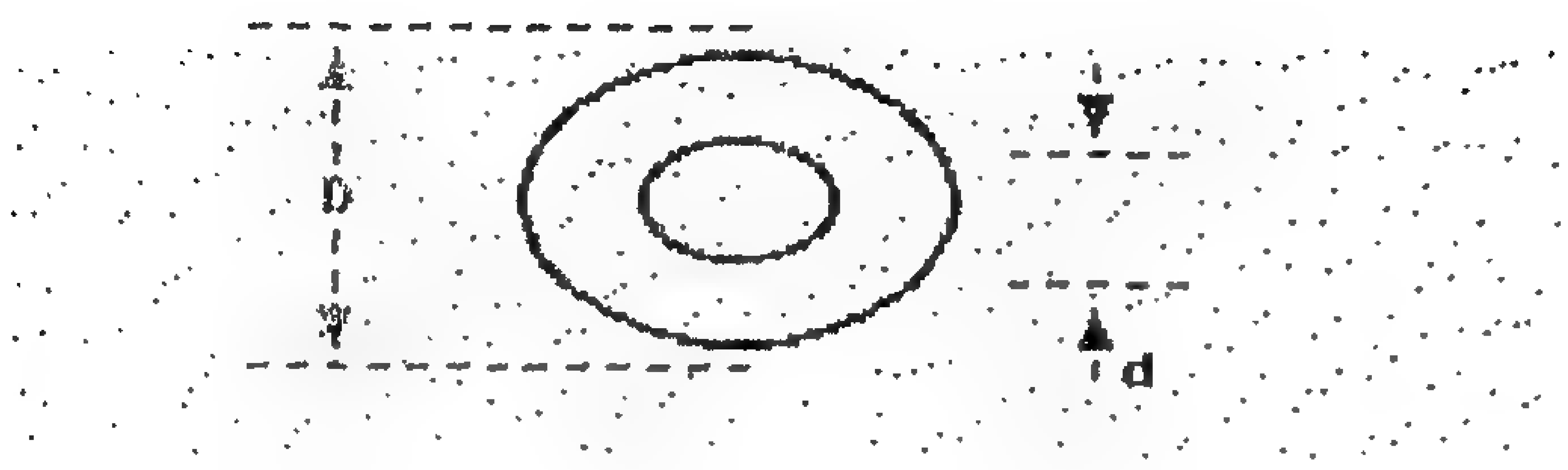
Long. de Onda	frecuencia	atenuación
850nm	3.53×10^{14}Hertz	2.2dB/Km
1300nm	2.30×10^{14}Hertz	0.4dB/Km
1550nm	1.93×10^{14}Hertz	0.20dB/Km



Existen tres tipos de fibra óptica:

TIPO	INDICE	INDICE
Multimodo	a).-refraccion a escalon	b).-refraccion gradual
Monomodo	c).-refraccion a escalon	

Se definen principalmente por la atenuación y el ancho de banda.
La atenuación es afectada por la dispersión, absorción y y pérdida de radiación.
El ancho de banda es afectado por la dipersión modal , dispersión material y dispersión de la guía de onda.



TIPO DE FIBRA	D(µm)	d (µm)
Escalon	250	200
Gradual	125	50
Monomodo	125	10

La fibra óptica ha superado en exceso las ventajas que nos brindan las guías de onda metálicas huecas.

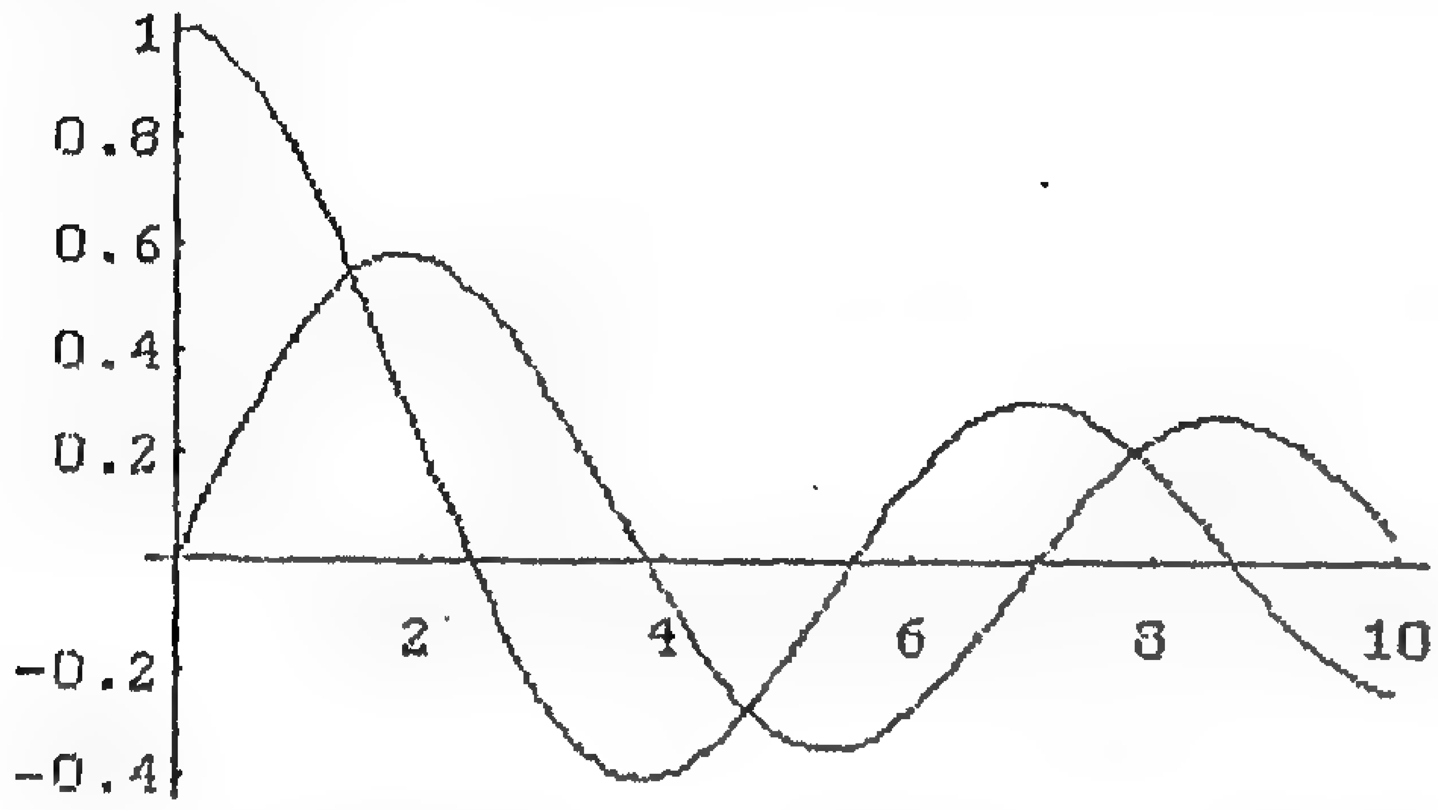
a).-Gran ancho de Banda.
b).-Inmune a las interferencias electromagnéticas.
c).-Reducido peso.
d).-Economicamente accesible.

Sin embargo las investigaciones científicas y tecnológicas continúan bregando por la reducción de la atenuación tanto en el cable como en los empalmes y conexiones.

FRECUENCIAS NORMALIZADAS

Los ceros y/o mínimos y/o máximos de las funciones de Bessel determinan los modos de transmisión TE y/o TM.

El primer máximo de J1 se produce en Unm=1.84, mientras que el primer cero de J0 se produce en Unm= 2.405 tal como se muestra en la gráfica.



Dichos valores , extraídos de las gráficas se corresponden con la expresión:

8. $$U_{nm} = \beta_0 \times a \times \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

donde β_0 es la constante de fase en el espacio libre.

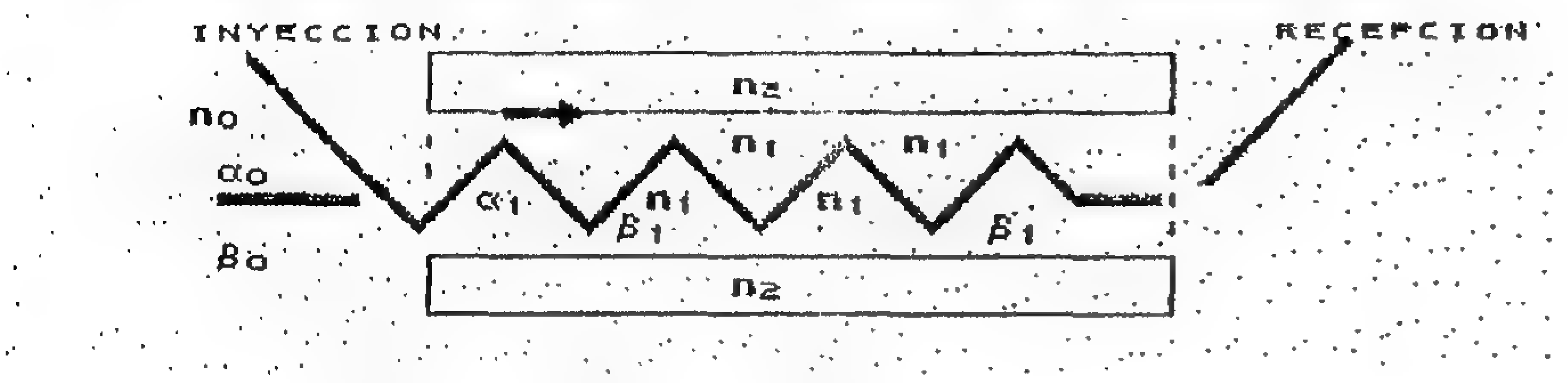
9. $$\beta_0 = \frac{2.\pi}{\lambda_0}$$

"a", es el radio de la fibra.

λ_0 es la longitud de onda correspondientes a las ventanas de mínima atenuación, es decir:

$\lambda_{01} = 850nm$ $\lambda_{02} = 1050nm$ $\lambda_{03} = 1300nm$ $\lambda_{04} = 1550\text{nm}$

CONSTANTE DE FASE EN EL MEDIO DE TRANSMISION



10. $$\beta_1 = \frac{2.\pi}{\lambda_1} = \frac{2.\pi}{\frac{\lambda_0}{n_1}} = \frac{2.\pi}{\lambda_0} \times n_1 = \beta_0 \times n_1$$

Se trata del valor máximo que adquiere , por ello la constante de fase en la guía se calcula mediante:

11. $$\beta_G = \beta_1 \times Cos\alpha_1$$

Mientras que la constante de fase de corte:

12. $$\beta_C = \beta_1 \times Sen\alpha_1$$

Comsecuentemente se cumple al igual que las guías de onda huecas:

13. $$\beta_1^2 = \beta_c^2 + \beta_G^2$$

Teniendo en cuenta las expresiones precedentes surge:

14. $$\beta_G = \beta_0 \times n_2$$

15. $$\beta_C = \beta_0 \times \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

FIBRA MONOMODO Y/O MULTIMODO

El primer cero de la función de bessel Jo determina la zona limítrofe entre una fibra monomodo y una fibra multimodo

Mono modo	Unm<2.405
Multimodo	Unm>2.405

CANTIDAD DE MODOS DE TRANSMISION

Interprétese como la cantidad de rayos o cantidad de medios de enlace que se pueden propagar a lo largo del núcleo central del cable de fibra.

Guarda directa relación con la denominada frecuencia normalizada, es decir los ceros y/o los máximos y/o mínimos de las funciones de Bessel.

16. $$M = \frac{1}{2}\left(\frac{U_{nm}}{\pi / 2}\right)^2$$

Si reemplazamos la 1) y la 2) en la 16, tenemos:

17. $$M = 8 \times \left(n_1^2 - n_2^2\right) \times \left(\frac{a}{\lambda_0}\right)^2$$

ANGULO OPTIMO DE INYECCION

El ángulo óptimo de inyección se calcula mediante la utilización de la expresión Nº 6.

6. $$\operatorname{Sen}\alpha_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

De la misma surge el cálculo de la apertura numérica :

18. $$AN = 2 \times \operatorname{ArcSen}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

EJERCICIO RESUELTO

Se tiene una cable de fibra óptica, radio “a”=10micrometro, n_1=1.33;n_2=1.31;
Se pide:
a)ámgulo óptimo de inyección;b)apertura numérica;c)cantidad de modos.
SOLUCION

a).-se utiliza la ecuacion 6.

$$6. \quad Sen\,\alpha_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$\alpha_0 = ArcSen\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = ArcSen\sqrt{1.33^2 - 1.31^2} = 13.284°$$

b).-se utiliza la última expresión

$$AN = 2 \times ArcSen\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2 \times 13.284° = 25.568°$$

c).-Se utiliza la ecuación 16. Para la ventana N°1: $\lambda_0 = 850nm$

$$M = 8 \times \left(n_1^2 - n_2^2\right) \times \left(\frac{a}{\lambda_0}\right)^2 = 58{,}46 \bmod os$$

Para la ventana N°3; $\lambda_0 = 1300nm$

M=25modos

Para la ventana N° 4; $\lambda_0 = 1550nm$

M=17.58modos

UN ELEMENTO CONCEPTUAL

La propagación de un haz de luz coherente que ingresa en una fibra, no puede cumplir las ecuaciones de Maxwell del espacio libre, pues el medio no es isotrópico ni homogéneo.

Si se proyecta un haz de luz sobre una superficie blanca, pueden observarse algunas zonas circulares de brillo separadas por pasillos oscuros.

Cada zona de brillo corresponde a un modo diferente de transmisión que por ser detectadas en forma transversal al eje de la fibra , se denominan Modos Transversal Electrómagnéticos TEM ó HE. El haz situado en la zona central es el modo fundamental ó HE_{11} y guarda similitud con el modo dominante de la guía cilíndrica hueca TE_{11}.

En la medida que se vá reduciendo el radio irá haciendo progresivamente más dificil la dispersión, por lo que se van reduciendo el número de modos posible hasta llegar al que define a la fibra "monomodo".

EJEMPLO:

Una fibra dotada de las siguientes características:

$a = 5\mu m$; $n_1 = 1.46$; índice relativo $\delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = 0{,}002$

sobre la que trabaja una onda de $\lambda_0 = 1300nm$ tiene una frecuencia normalizada de: $V = \frac{2.\pi}{1{,}3} \times 5 \times 1.46 \times \sqrt{2 \times \delta} = 2.33$

Se comporta cual una "mono modo"

Si en cambio a ésta misma fibra se la ataca con una longitud de onda: $\lambda_0 = 900nm$, la frecuencia normalizada pasa a valer 3,22, comportándose así cual una fibra "multimodo".

Si el radio se reduce a 3.61micrometro y mantenemos la misma señal de ataque, se vuelve a contar con una frecuencia normalizada de 2.33 y por ende , una fibra monomodo

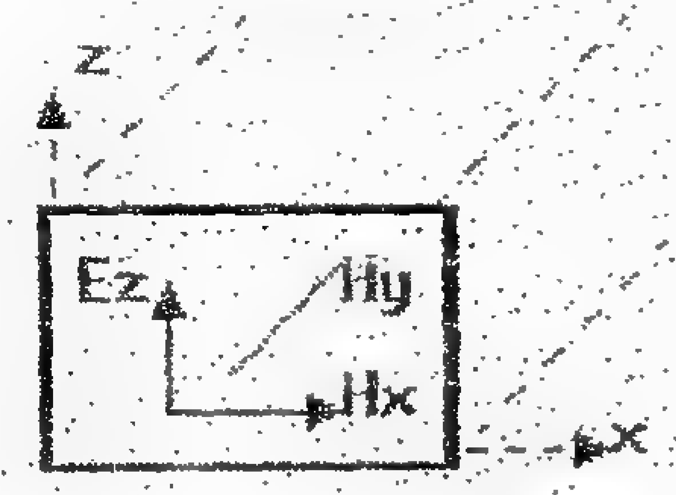
EJERCICIO RESUELTO
GUIA DE ONDA

Datos: frecuencia 100MHz

$\sigma = 5{,}8 \times 10^{7}$ mho/m

Ez=1V/m

Se pide la energía absorbida por el metal de las placas



SOLUCION:

1°.-En el espacio libre dentro del hueco de la guia la onda electromagnética encuentra la impedancia:

$$\eta_0 = \frac{E_Z}{H_X} = 120.\pi = 377\Omega$$

El campo magnético resulta:

$$H_X = \frac{E_Z}{377} = 2{,}65mA$$

Una pequeña componente del campo eléctrico en la dirección de propagación debido a las corrientes inducidas por por la
componente H_X en las paredes metálicas encuentra una impedancia intrínseca dada por;

$$\eta_m = \sqrt{\frac{\omega.\mu_0}{\sigma}}\angle 45° = \left(\frac{2.\pi.10^8.4.\pi.10^{-7}}{5{,}8\times 10^7}\right)^{\frac{1}{2}} = 3{,}69\times 10^{-3}\angle 45°$$

Dicha componente pequeña del campo eléctrico está dada por:

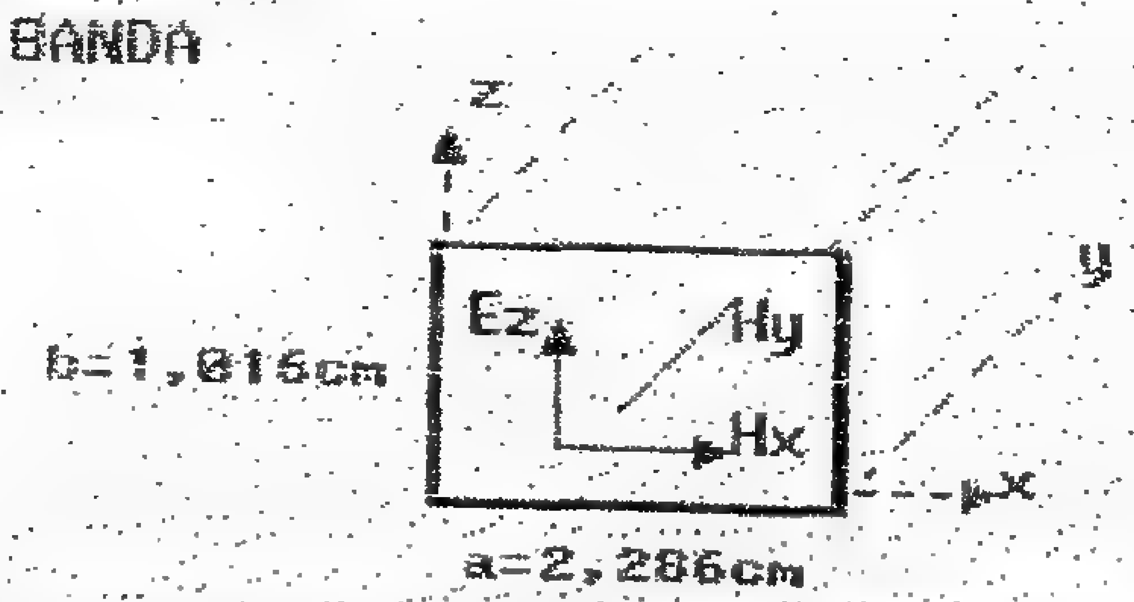
$$E_Y = \eta_m \times H_X = 3{,}69\times 10^{-3} \times 2{,}65\times 10^{-3}\angle 45° = 9{,}78\times 10^{-6}$$

Con lo cual la densidad de energía absorbida se calcula mediante:

$$S = \frac{1}{2}\frac{E_y^2}{\eta_m} = 12{,}95\times 10^{-9} W/m^2$$

(6/12)

EJERCICIO RESUELTO
ANCHO DE BANDA



Se pide el conocer el ancho de banda cuando sólo se quiere operar en el modo TE_{10}.

SOLUCION

Para el modo considerado la longitud de onda de corte es:

$$1^{\circ}.- \quad \lambda_C = 2 \times a = 2 \times 2{,}286 = 4{,}572 cm$$

La frecuencia de corte es;

$$2^{\circ}.- \quad f_C = \frac{\bar{c}}{\lambda_C} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{4{,}572 \times 10^{-2}} = 6561{,}67 MHz$$

La frecuencia de corte TE en general la expresamos.

$$3^{\circ}.- \quad f_{C_{TE_{mn}}} = \frac{\bar{c}}{0{,}04572}\sqrt{m^2 + (n\frac{b}{a})^2}$$

$$4^{\circ}.- \quad \frac{a}{b} = 2{,}25$$

La frecuencia de corte siguiente es la del TE20:

$$5^{\circ}.- \quad f_{C_{TE20}} = 2 \times 6561{,}67 = 13123{,}34 MHz$$

Por lo tanto el dominio en ese modo es:

$$6^{\circ}.- \quad 6561{,}67\text{MHz} \le f \le 13123{,}34\text{MHz}$$

La longitud de onda dentro de ese dominio varía según la expresión:

$$7^{\circ}.-\ \lambda_G = \frac{\lambda_C}{\sqrt{\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)^2 - 1}} = \frac{2 \times a}{\sqrt{\left(\frac{f_0}{f_C}\right)^2 - 1}}$$

Apreciemos que si:

$$\left\{ f_0 \to f_C \qquad \lambda_G \to \infty \right.$$
$$\left\{ f_0 \to 1{,}1 f_C \qquad \lambda_G \to 9{,}98cm \right.$$
$$\left\{ f_0 \to 2 f_C \qquad \lambda_G \to \frac{2a}{\sqrt{3}} = 2{,}64cm \right.$$

La variación mayor de la longitud de onda se dá en la vecindad de la frecuencia de corte.

EDUARDO HADAD

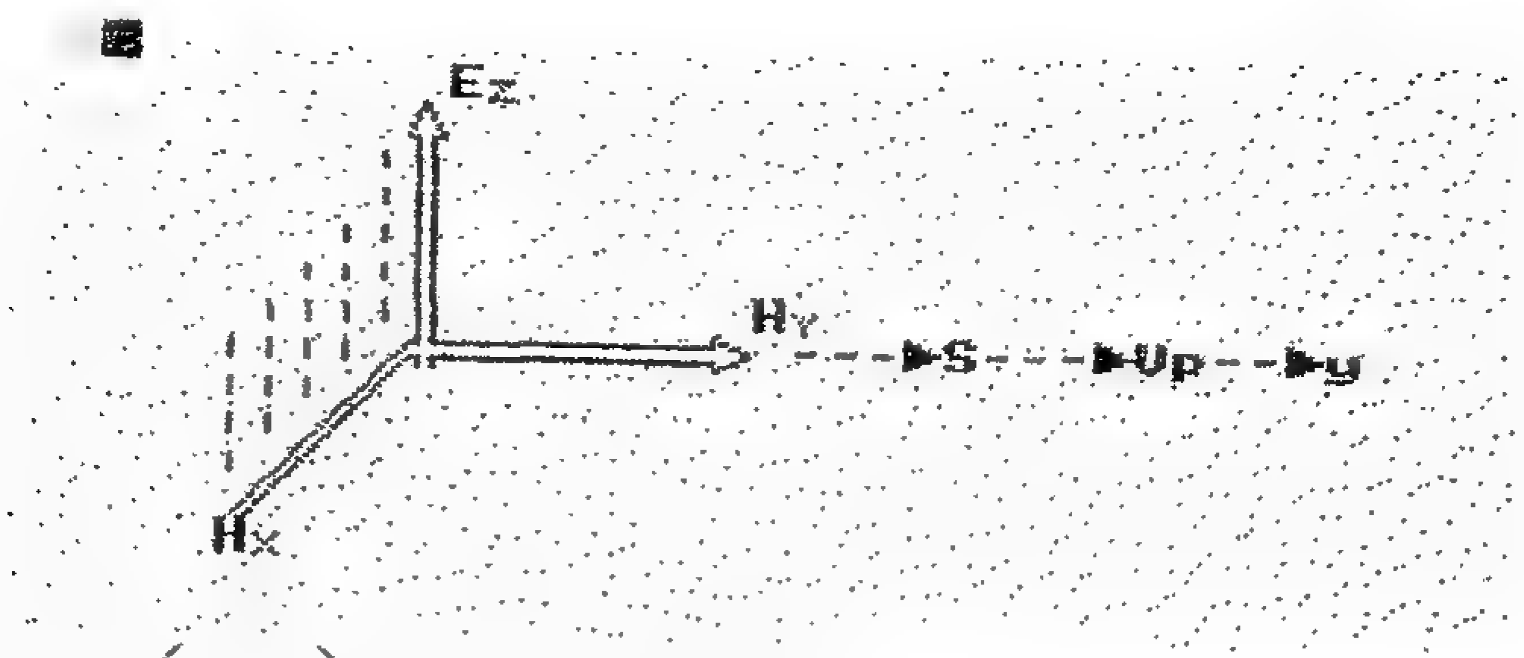
ASIGNATURA:
MEDIOS DE ENLACE

COMPLEMENTO:
GUIAS DE ONDA

AÑO: 2008

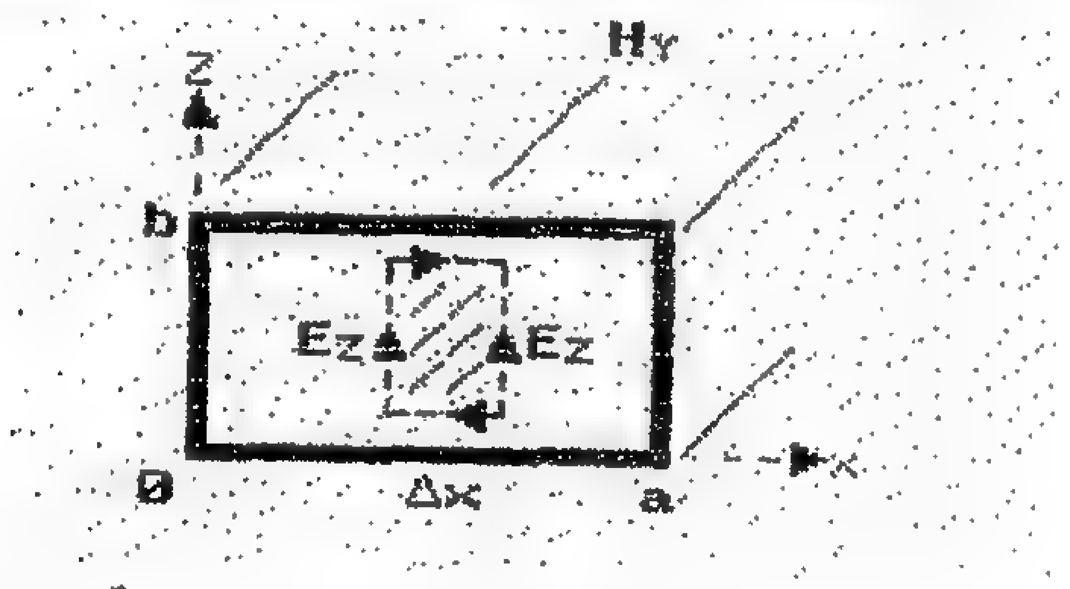
ATENUACION Y POTENCIA TRANSPORTADA

Nos ubicaremos en el modo dominante de una guía rectangular.Para ello tendremos en cuenta las componentes del frente de onda



1) $$E_Z = \frac{U}{b}\times Sen\left(\frac{\pi}{a}.x\right)\times e^{-J\beta.G.y}$$

La componente longitudinal que arrastra el frente de onda se obtiene aplicando la ley de Fáraday en la ventana de la guía:

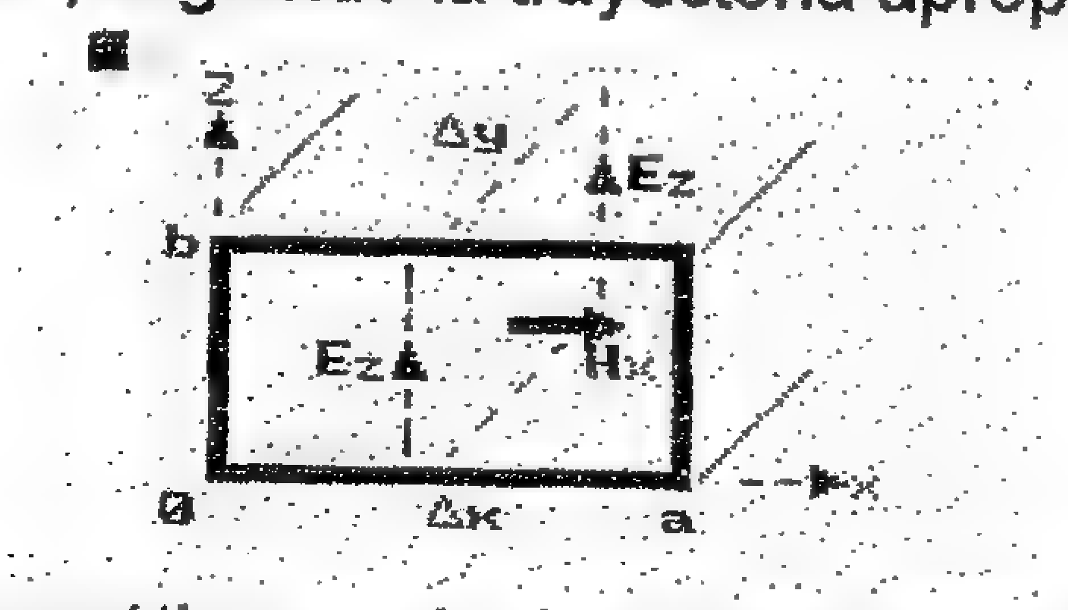


2) $$\oint \vec{E}\bullet dl = -\frac{d\varphi}{dt}$$

La integración numerica a lo largo de la trayectoria cerrada y efectuando el límite de la sumatoria nos arroja.

3) $$H_y = \frac{1}{J\omega.\mu.\mu0}\times\frac{dE_Z}{dx} = \frac{-U.\pi}{J\omega.\mu.\mu0.a.b}\times Cos(\frac{\pi}{a}x)$$

Nos resta la otra componente la cual se obtiene aplicando la ley de Faraday en la ventana pero , eligiendo la trayectoria apropiada.



El análisis matemático es el mismo qe el anterior.

4) $$H_X = \frac{1}{J\omega.\mu.\mu0}\times\frac{dE_Z}{dy} = \frac{-J\beta G}{J\omega.\mu.\mu0}\times E_Z$$

Incorporando la expresión original del campo eléctrico, tenemos.

5) $$H_X = \frac{-\beta G.U}{\varpi.\mu.\mu0.b}\times Sen\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$

La componente longitudinal en el origen es:

6) $$H_y(0) = \frac{-U.\pi}{J\omega.\mu.\mu_0.a.b}$$

Combinando las dos últimas expresiones:

7) $$H_X = JH_y(0) \times \beta G \times \frac{a}{\pi}$$

Combinando ahora con la expresión original del campo eléctrico:

8) $$E_Z = J\omega\mu.\mu_0 \times H_y(0) \times \frac{a}{\pi}$$

Las dos últimas expresiones nos permitirán calcular la potencia transportada.

9) $$P = \frac{1}{2}\iint_{\Sigma} H_X \times E_Z \times d\Sigma$$

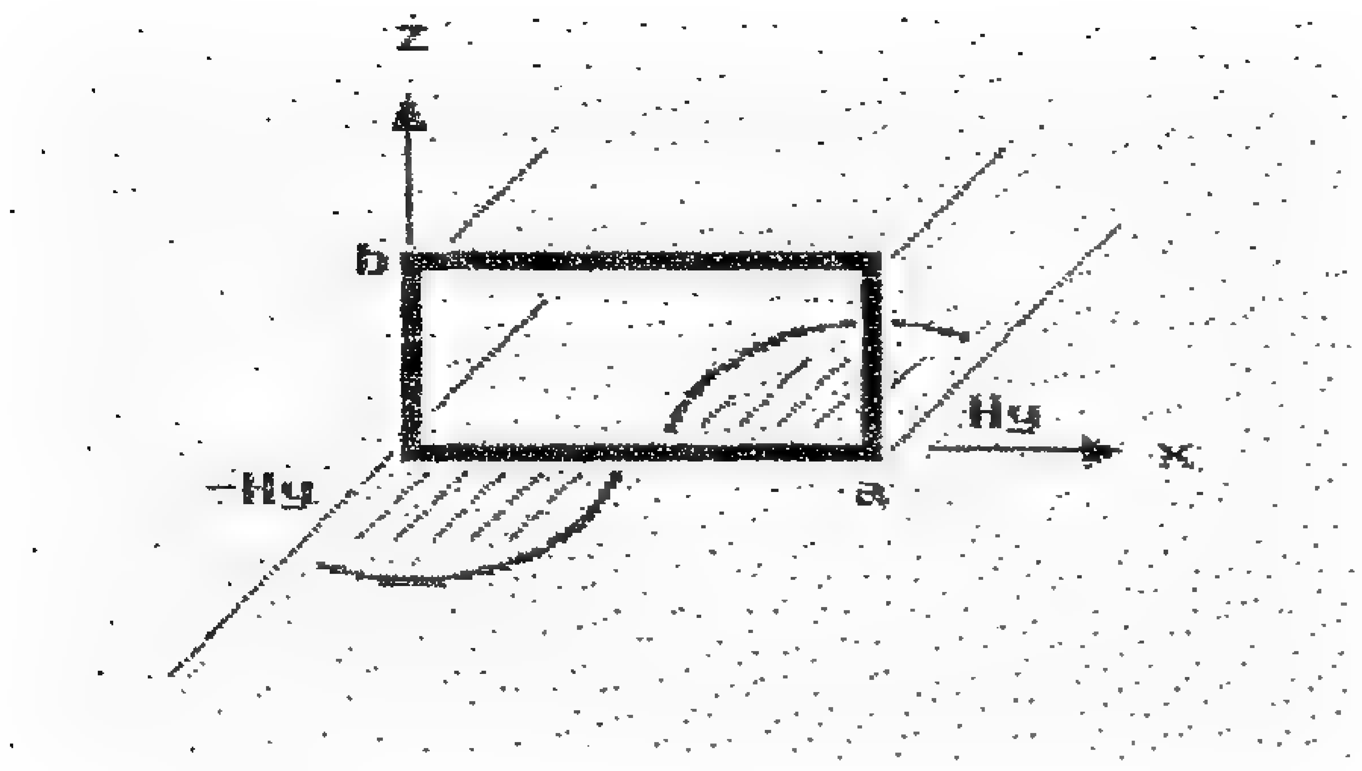
10) $$P = \frac{1}{2} J\omega.\mu.\mu_0 \times (\frac{a}{\pi})^2 \times H(0)_y^2 \times \beta G \oint_{\Sigma} Sen^2(\frac{\pi}{a}x).dx.dz$$

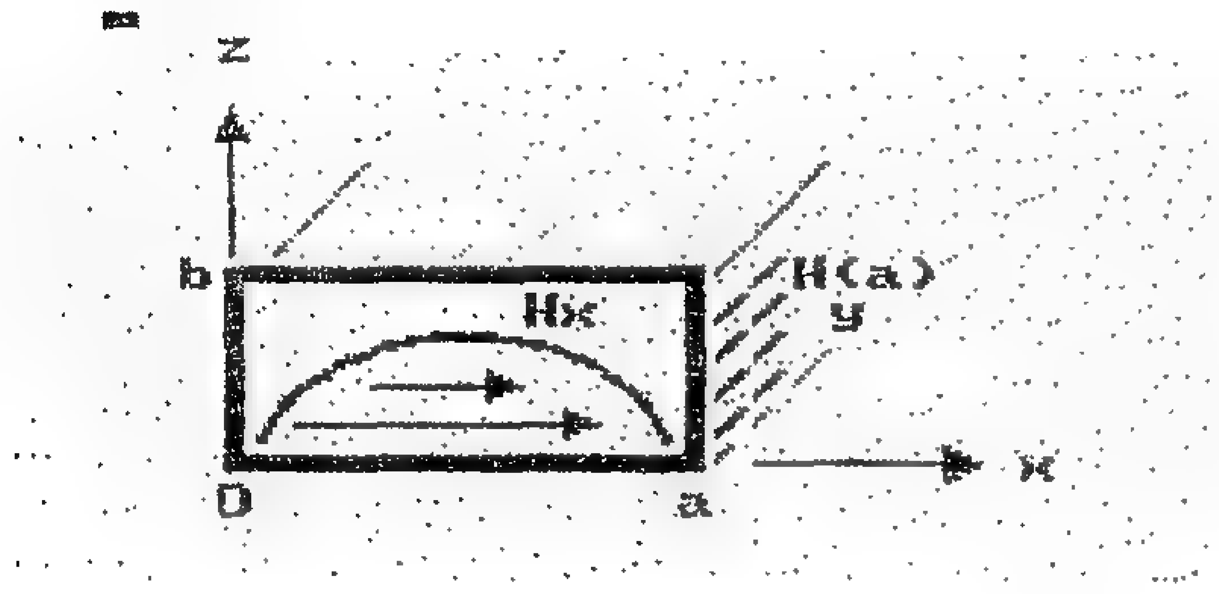
11) $$P = \frac{1}{2} J\omega.\mu.\mu_0 \times (\frac{a}{\pi})^2 \times H(0)_y^2 \times \beta G.\int_0^a Sen^2(\frac{\pi}{a}x)\,\mathbf{dx}.\int_0^b dz$$

12) $$P = \frac{1}{2}\omega.\mu.\mu_0 \times \left(\frac{2a}{2.\pi}\right)^2 \times H(0)^2 \times \beta G \times \frac{a \times b}{2}$$

13 $$P = \frac{a \times b}{4} \times \beta_0 \times 120.\pi.\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \times \left(\frac{1}{\beta_C}\right)^2 \times H(0)^2 \times \beta G$$

14) $$P = \frac{a \times b}{4} \times \frac{\beta_0 \cdot \beta_G}{\beta_C^2} \times 120.\pi.\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \times H(0)^2$$





Para calcular la atenuación en la guía será necesario previamente calcular la potencia disipada por unidad de longitud en las superficies metálicas.

15) $$P_d = \frac{1}{2} R_S \int_l \|H_T\|^2 \bullet dl$$

Donde R_S es la resistencia calculada por efecto pelicular.
Es decir:

16) $$R_S = \frac{1}{\sigma_C . \delta} \quad \textbf{\textit{donde}}\ \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega . \mu_0 . \sigma}}$$

La conductividad del cobre es la referencia;$\sigma_c = 5{,}8 \times 10^7 (mho/m)$

17) $$R_S = \frac{1}{5{,}8 \times 10^7 \times \sqrt{\frac{2}{2 \times \pi \times f \times 4 \times \pi \times 10^{-7} \times 5{,}8 \times 10^7}}} =$$

$$R_S = \frac{2.\pi.\sqrt{f.5{,}8}}{5{,}8 \times 10^7} = 2{,}608 \times 10^{-7} \times \sqrt{f}$$

Una de las frecuencias de UHF de uso corriente es la de 9,6 Gigahertz.Por ello:

18) $$R_S = 2{,}6 \times 10^{-7} \times \sqrt{9{,}6 \times 10^9} = 0{,}02547\Omega/m$$

Las componentes tangenciales del campo magnético reemplazan a las corrientes eléctricas y determinan la disipación:

19) $$\int_l \|H_T\|^2 .dl = 2\int_0^b \|H_Y(0)\|^2 .dz + 2\int_0^a \|H_y\|^2 .dx + 2\int_0^a \|H_x\|^2 .dx$$

Reemplzando la 3),5) y 6) en las respectivas integrales y efectuado la operación tenemos:

20)
$$\int_l \|H_T\|^2 .dl = H(0)^2 \times \left(2b + a + [\frac{\beta_G}{\beta_C}]^2 .a\right)$$
$$\int_l \|H_T\|^2 .dl = H(0)^2 \times \left(2b + a[\frac{\beta_c^2 + \beta_G{}^2}{\beta_c^2}\right) = H(0)^2 \times \left(2b + a\frac{\beta_0^2}{\beta_x^2}\right)$$

La atenuación es de acuerdo a la teoría de las líneas de transmisión:

$$\alpha(N/m) = \frac{1}{2}\frac{\textit{potencia}\ \text{dispada por unidad de longitud}}{\text{potencia transportada}}$$

Efectuando los reemplazos correspondientes:

21) $$\alpha = \frac{1}{2}R_S \times \frac{2b + a\dfrac{\lambda_C^2}{\lambda_0^2}}{\dfrac{a.b}{2}.120.\pi\ \dfrac{\lambda_c^2}{\lambda_G.\lambda_0}} = \frac{R_S}{120.\pi.b}\frac{1+\dfrac{2.b}{a}(\dfrac{\lambda_0}{\lambda_C})^2}{\sqrt{1-(\dfrac{\lambda_0}{\lambda_C})^2}}$$

APLICACION NUMERICA

Si nuestra guía cuenta con las siguientes características:

$b = 1{,}016cm$ a = 2,286cm $\lambda_0 = 3{,}12cm$ $\lambda_C = 2.a = 4{,}572cm$

$\alpha = 1{,}3 \times 10^{-2}\ Neper/m$

GUIAS NORMALIZADAS DE MINIMA ATENUACION

Cuando la guía se halla en condición de propagar el elemento nocivo que produce reducción de la señal transmitida es el metal que la conforma.

Entre la gran cantidad de diversas guías normalizadas comerciales seleccionamos las siguientes.

Designacion	Dimensión "a" en cm	Dimensión "b" en cm
R22	0,568	0,284
R48	4,755	2,215
R62	1,579	0,789
R84	2,8499	1,2624
R100	2,286	1,016

Observando las expresiones precedentes podemos asegurar que la atenuación puede alcanzar valores excesivos si:

$$f_0 \to f_C .entonces \quad \alpha \to \infty$$
$$\mathrm{f}_0 \to \infty \;\; \text{entonces} \quad \alpha \to \infty$$

La atenuación se reduce si variamos la frecuencia de operación :

$$f_{cTE_{10}} < f_0 < f_{C_{TE_{20}}}$$

Razón por la cual se entiende que la frecuencia de operación se la ubique:

$$1{,}3 \times f_{C_{10}} < f_0 < 1{,}7 \times f_{C_{20}}$$

APLICACION NUMERICA

Elijamos la guía R100.inyectemos una señal de 5Gigahertz y hagamos propagar sólo el modo dominante.

SOLUCION:

$$\lambda_0 = \frac{3 \times 10^8 m/s}{5 \times 10^9 c/s} = 0{,}06m \qquad \lambda_C = 2 \times a = 4{,}572cm$$

La condición de propagación no se verifica.Por ello se procede a rellenar la guía con un material dieléctrico.¿ Entre que valores debe estar comprendido el valor de la constante para que sólo se propague el modo dominante?.

$$\lambda_{CTE20} < \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}} < \lambda_{CTE10} \qquad a < \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}} < 2.a$$

$$\frac{a}{\lambda_0} < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} < \frac{2.a}{\lambda_0} \qquad \frac{\lambda_0}{a} > \sqrt{\varepsilon} > \frac{\lambda_0}{2.a}$$

$$\left(\frac{6}{2{,}286}\right)^2 > \varepsilon > \left(\frac{6}{2 \times 2{,}286}\right)^2 \qquad 6{,}888 > \varepsilon > 1{,}72$$

¿Entre que valor ubicamos la señal a inyectar a fín de lograr una atenuación de compromiso?

De acuerdo al razonamiento expresado mas arriba ubicaremos la frecuencia de operación de la siguiente manera.

$$f_{01} = 1{,}3 \times \frac{\bar{c}}{2.a} = 8{,}53 Ghertz \qquad f_{02} = 0{,}7 \times \frac{\bar{c}}{a} = 9{,}18 Ghertz$$

Entre dichos valores se tendrá la optimización del funcionamiento.

ATENUACION EN UNA GUIA HUECA CILINDRICA

INTRODUCCION

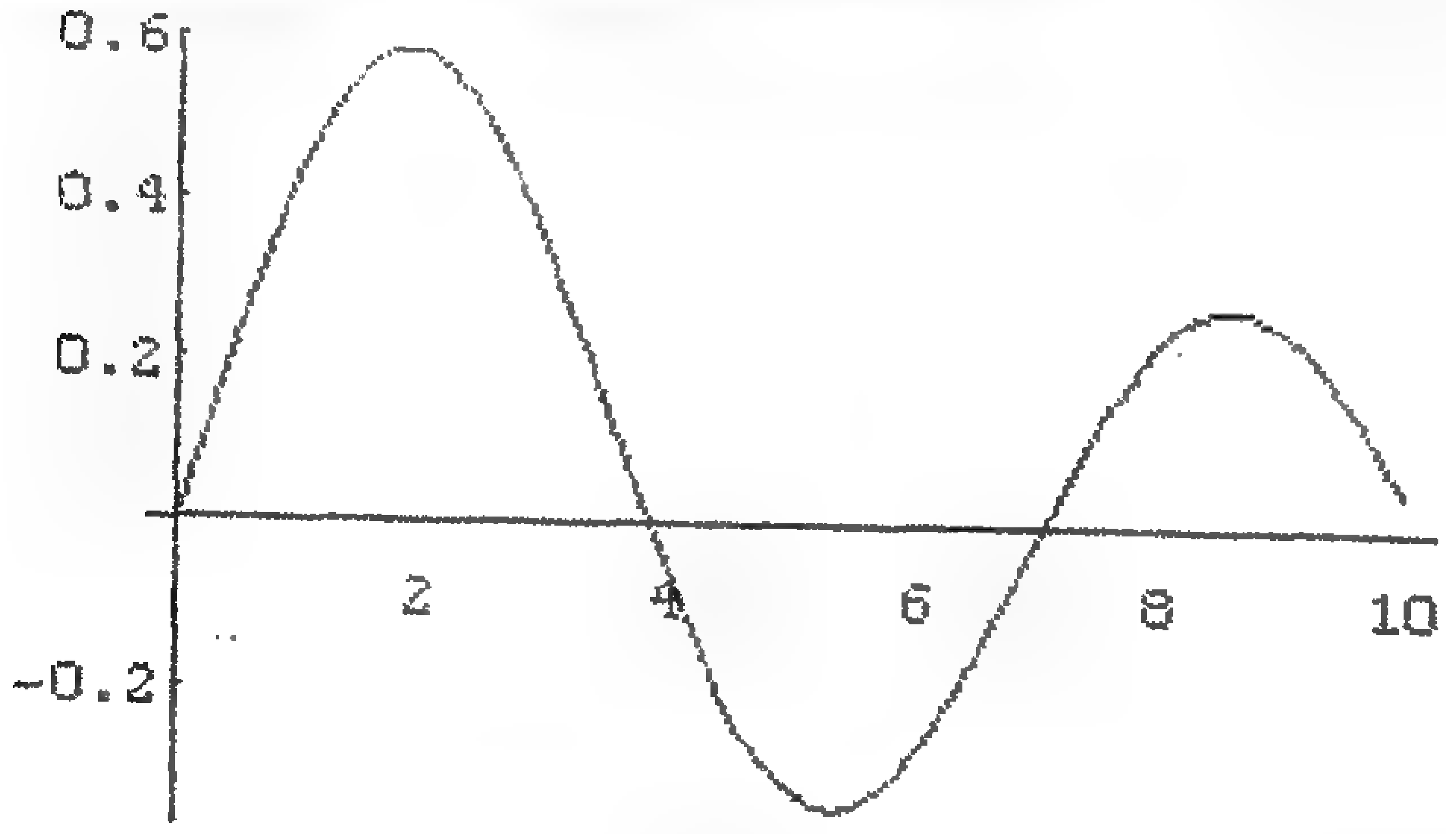
El analisis matemático correspondiente, conduce a la siguiente expresión:

$$\alpha(Nep/m) = \frac{\beta_c^2}{a \times \beta_g \sqrt{2.\omega.\ \mu_0.\sigma_c}}$$

APLICACION NUMERICA

Através de una guía de onda cilíndrica hueca de cobre se alimenta una antena, operando en la frecuencia de 10Gigahertz en el modo dominante.Se pide:
a)El margen del radio de la guía.
b)atencuación.

solucion:
a)El margen del radio de la guía.
Estimamos en la función de Bessel que nos ocupa, los 2 primeros picos;las respectivas variables independientes, 1,83 y 5,33



1° $\lambda_0 = \frac{\bar{c}}{f0} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{10 \times 10^9 c/s} = 0{,}03m \qquad \beta_{cTE_{11}} \times a = 1{,}83$

2° $\lambda_{cTE_{11}} = \frac{6{,}28}{1{,}83} \times a \qquad \lambda_0 < 3{,}43 \times a \qquad \mathbf{0{,}03 < 3{,}43 \times a}$

Para que se propague el modo dominante: $a > \frac{0{,}03}{3{,}43} = 8{,}746mm$

El modo inmediato TE superior es el TE_{12}: $0{,}03mm > \frac{6{,}28}{5{,}33} \times a$

de donde: $a < \frac{5{,}33 \times 0{,}03}{6{,}28} = 25{,}46mm$

Consecuentemente: ***8,746mm < a < 25,46mm***

b)atencuación.

1° $\beta_0 = \dfrac{2.\pi}{\lambda_0} = \dfrac{6{,}28}{0{,}03} = 209{,}33\text{rad / m} \qquad \beta_0^2 = 43819$

2° $\beta_C = \dfrac{2.\pi}{\lambda_C} = \dfrac{6{,}28}{6{,}28 \times a / 1{,}83} = \dfrac{1{,}83}{a} = \dfrac{1{,}83}{0{,}015} = 122 rad / m$

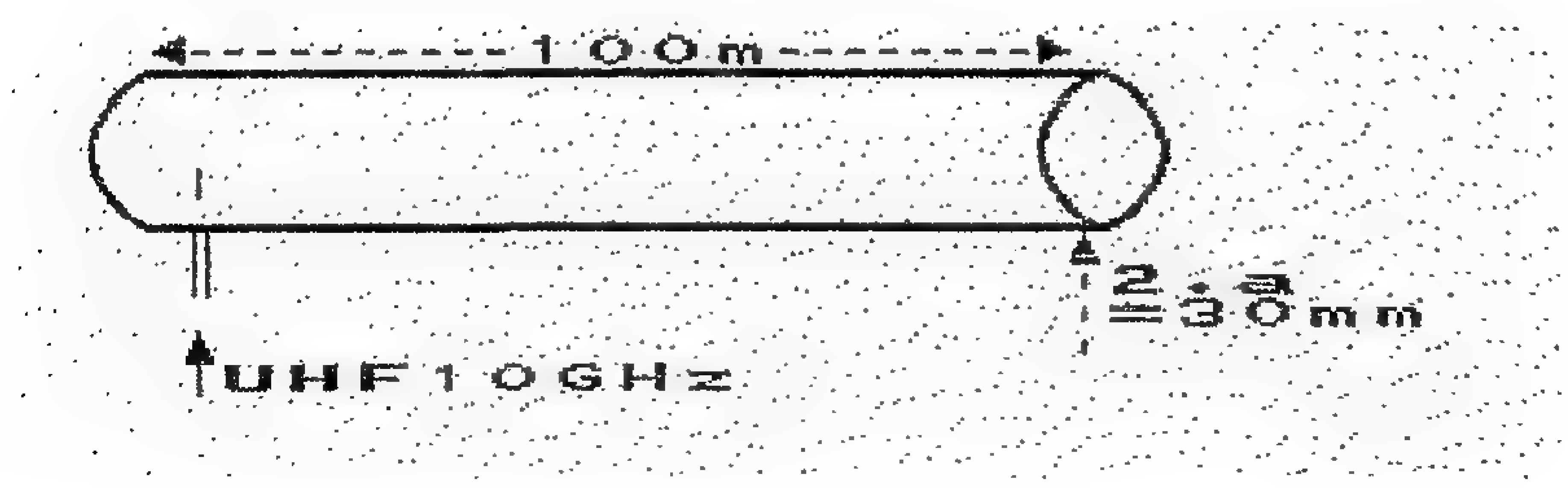
3° $\beta_G = \sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2} = \sqrt{43819 - 14884} = 170{,}1 rad / m$

4° $\alpha = \dfrac{122^2}{.015 \times 170{,}1 \times \sqrt{2 \times 6{,}28 \times 10^{10} \times 12{,}56 \times 10^{-7} \times 5{,}8 \times 10^7}}$

5° $\alpha(Nep / m) = 0{,}00192 Nep / m$

6° $\alpha(\text{dB / m}) = 0{,}00192(\text{Nep / m}) \times 6{,}89 = 0{,}01322\text{dB / m}$

Si se trata de una torre de 100metros tendremos una atenuación total de 1,322dB.



1) $$\frac{dH}{dy} = (\sigma + J.\omega.\varepsilon.\varepsilon_0).E \qquad \frac{dE}{dy} = J.\omega.\mu.\mu_0.H$$

2) $$\frac{d^2E}{dy^2} = J.\omega.\mu.\mu_0.(\sigma + J.\omega.\varepsilon.\varepsilon_0).E \qquad \frac{d^2E}{dy^2} = \gamma^2.E$$

3) $$\gamma^2 = (\alpha + J.\beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + J.2.\alpha.\beta$$

3a) $$\gamma^2 = J.\omega.\mu.\mu_0.\sigma - \omega^2\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0)$$

4) $$\alpha^2 - \beta^2 = -\omega^2\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0 \text{ parte real}$$

5) $$2.\alpha.\beta = \omega.\mu.\mu_0.\sigma \text{ parte imaginaria}$$

6) $$\beta = \frac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2.\alpha}$$ 7) $$\alpha^2 - \left(\frac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2.\alpha}\right)^2 = -\omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0$$

7) $$\alpha^4 + \omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0.\alpha^2 - \left(\frac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2}\right)^2 = 0$$

8) $$\alpha^2 = -\frac{\omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2}\right)^2}$$

9) $$\alpha = \omega.\sqrt{\frac{\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega.\varepsilon.\varepsilon_0}\right)^2}\right)}$$

Con el mismo criterio

10) $$\beta = \omega.\sqrt{\frac{\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega.\varepsilon.\varepsilon_0}\right)^2}\right)}$$

1) $\dfrac{\mathrm{dH}}{\mathrm{dy}} = (\sigma + \mathrm{J}.\omega.\varepsilon.\varepsilon_0).E \qquad \dfrac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dy}} = \mathrm{J}.\omega.\mu.\mu_0.H$

2) $\dfrac{\mathrm{d}^2E}{dy^2} = \mathrm{J}.\omega.\mu.\mu_0.(\sigma + \mathrm{J}.\omega.\varepsilon.\varepsilon_0).E \qquad \dfrac{\mathrm{d}^2E}{dy^2} = \gamma^2.\mathrm{E}$

3) $\gamma^2 = (\alpha + J.\beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + J.2.\alpha.\beta$

3a) $\gamma^2 = \mathrm{J}.\omega.\mu.\mu_0.\sigma - \omega^2\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0)$

4) $\alpha^2 - \beta^2 = -\omega^2\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0$

5) $2.\alpha.\beta = \omega.\mu.\mu_0.\sigma$

6) $\beta = \dfrac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2.\alpha}$ 7) $\alpha^2 - \left(\dfrac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2.\alpha}\right)^2 = -\omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0$

7) $\alpha^4 + \omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0.\alpha^2 - \left(\dfrac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2}\right)^2 = 0$

8) $\alpha^2 = -\dfrac{\omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{\omega^2.\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\omega.\mu.\mu_0.\sigma}{2}\right)^2}$

9) $\alpha = \omega.\sqrt{\dfrac{\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2}\left(-1+\sqrt{1+\left(\dfrac{\sigma}{\omega.\varepsilon.\varepsilon_0}\right)^2}\right)}$

Con el mismo criterio

10) $\beta = \omega.\sqrt{\dfrac{\mu.\mu_0.\varepsilon.\varepsilon_0}{2}\left(1+\sqrt{1+\left(\dfrac{\sigma}{\omega.\varepsilon.\varepsilon_0}\right)^2}\right)}$

Una guía rectangular con revestimiento de cobre opera en la frecuencia de 4,8Gigahertz,rellena de un dieléctrico $\varepsilon = 2{,}55$ debe alimentar una antena con 1200watios.Sus dimensiones son a= 4,2cm b=2,6cm.Se pide la potencia reflejada a 60cm en el modo TE dominante.

SOLUCION

1° La resistencia del efecto pelicular: $r(\Omega) = \sqrt{\dfrac{\pi . f . \mu_0}{\sigma_{CU}}} = 1{,}808 \times 10^2 \Omega$

2° La frecuencia de corte es: $f_C = \dfrac{\bar{c} / \sqrt{\varepsilon}}{2.a} = \dfrac{1{,}879 \times 10^8}{2 \times 4{,}2 \times 10^{-2}} = 2{,}234 Ghz$

La.atenuacion.provocada.por.el.conductor:

$$\alpha' = \frac{r}{\eta_0 . b}\left(\frac{1 + \dfrac{2.b}{a}(\dfrac{f_C}{f_0})^2}{\sqrt{1 - (\dfrac{f_C}{f_0})^2}}\right) = 4{,}218 \times 10^{-3} Nep/m$$

3° La potencia reflejada convertida en pérdida: $P_{reflex} = P_R(e^{2.\alpha.d} - 1)$

$$P_{reflex} = 1200\left(e^{2 \times 0{,}004218 \times 0{,}60} - 1\right) = 6{,}089 watt$$

El presente ejemplo pretende demostrar que la atenuacion provocada por el conductor es muy superior a la provocada por el dieléctrico al menos cuando la frecuencia de operacion se halle por debajo de 2,5Gigahertz.

ISBN 978.987.05.5845.3

Una guia de onda de cobre $(\sigma_C = 1{,}1\times 10^7 mho/m)$, de dimensiones a=4,2cm b=1,5cm, está relleno de teflon, $\varepsilon = 2{,}6$,opera en 9Gigahertz en el modo TE dominante. Se pide. α_C y la pérdida en dB a 40cm.

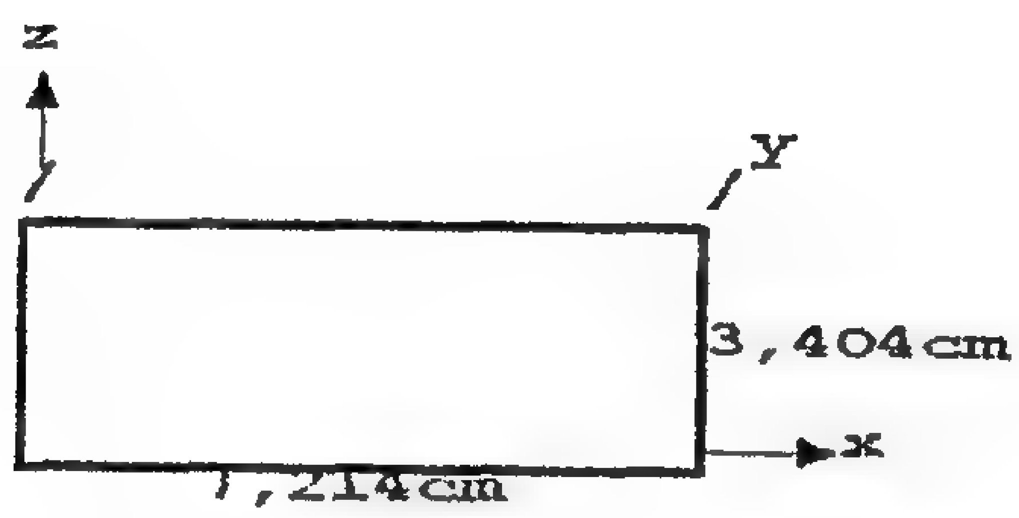
RESPUESTAS:

$$\alpha_C = 0{,}01744 Nep/m$$

$$\alpha(d = 60cm) = 0{,}0606 dB$$

Una guía de onda rectangular a=7,214cm, b=3,404cm opera en el modo TM11 con una frecuencia de operacion 1,1 veces la frecuencia de corte.CalculaR:
a).-constante de fase de corte, b).-frecuencia de corte, c).-frecuencia de operacion, d).-constante de propagación, e).-longitud de onda de corte, f).-longitude de onda de operacion, g).-longitude de onda en la guía, h).-velocidad de fase, i).-impedancia de onda.

SOLUCION



$$\beta_c = \sqrt{\left(\frac{\pi}{0{,}07214}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{0{,}03404}\right)^2} = 102{,}05 rad/m$$

$$f_C = \frac{\bar{c}}{\lambda_C} = \frac{\bar{c}.\beta_C}{2.\pi} = \frac{(3\times 10^8 \times 102{,}05}{2.\pi} = 4{,}87 Ghertz$$

$$f_O = 1{,}1\times 4{,}87 Ghertz = 5{,}36 Ghrtz$$

$$\beta_G = \frac{2.\pi}{\vec{c}}\sqrt{f_0^2 - f_c^2} = 46{,}8 rad/m$$

$$\lambda_C = \frac{2.\pi}{\beta_C} = 6{,}16m$$

$$\lambda_0 = \frac{\bar{c}}{5{,}36\times 10^9} = 5{,}60cm$$

$$\lambda_G = \frac{2.\pi}{46{,}8} = 13{,}4cm$$

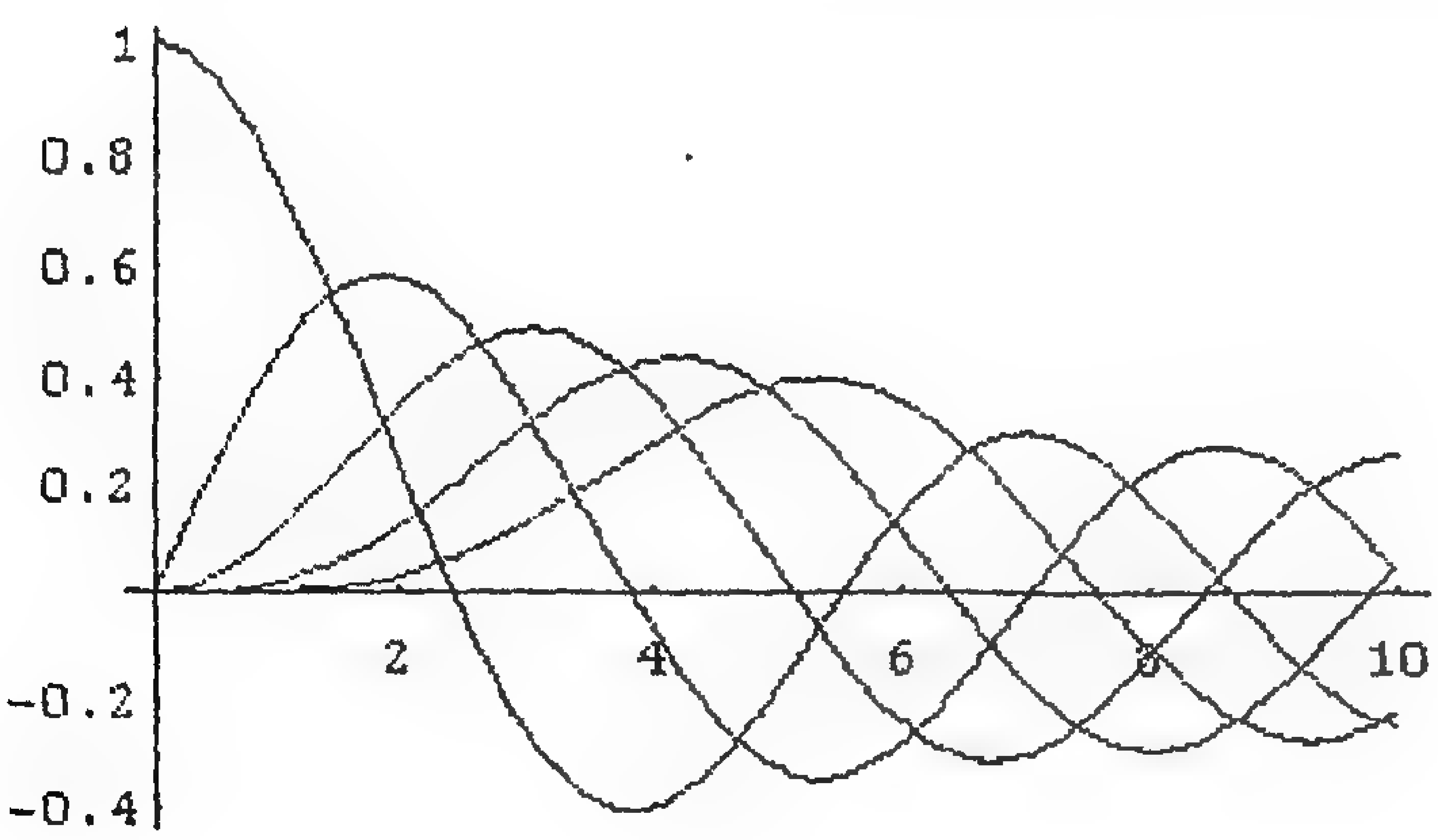
$$v_P = \bar{c}\times\frac{\lambda_G}{\lambda_0} = (3\times 10^8)\frac{13{,}4}{5{,}60} = 7{,}18\times 10^8 m/seg$$

1°.-Una guía de onda rectangular rellena ($\varepsilon = 2{,}25$), es allimentada con una señal de 19Gigahertz.
a)¿Cuales son los modos TM y TE que pueden propagarse?.
b)¿ Cuales son sus frecuencias de corte?.

2°.-¿ Qué determina sea,TM ó TE(modo de operación) en una guía?.

3°.-¿Qué determina que un cable de fibra óptica sea mono modo ó multimodo?.

4°.-Una guía de onda circular está exitada de tal suerte que sólo pueden propagarse los modos TM.
a) Determinar entre qué límites está comprendido el radio "a" con una inyección de 10Gigahertz.
b)Adoptar "a=1,5cm", ¿Cual és el ancho de banda del modo TM_{01}?

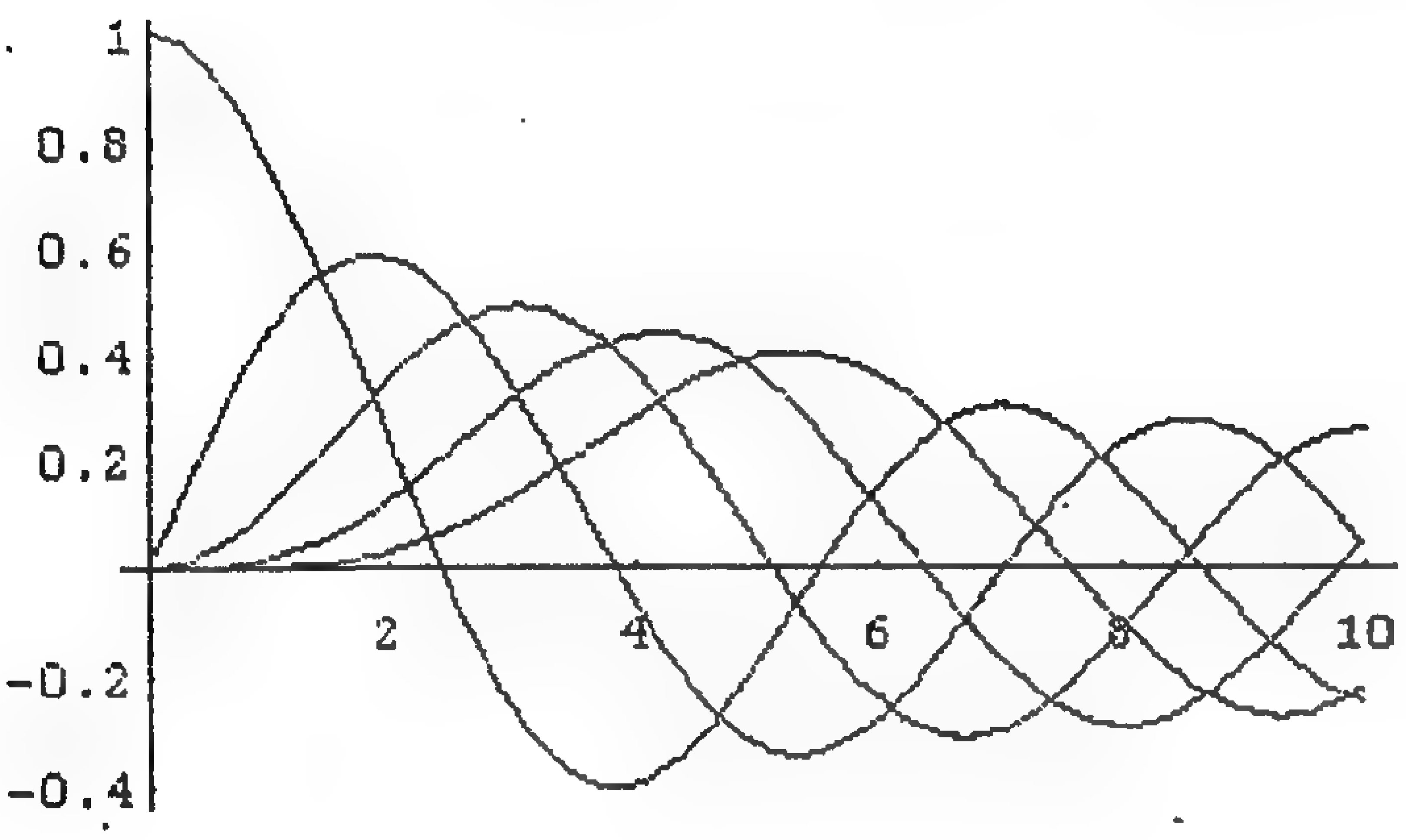


1°.-Una guía de onda rectangular con (a/b)=2, cuenta con una longitud de onda en la guía igual a 40 centímetros, opera en el modo dominante y tiene una frecuencia de corte de 0,908Gigahertz.Se pide encontrar:
a)Frecuencia de operación.
b)Dimensiones
c)Constante de fase en la guía.

2°.-¿ En un modo de transmisión TE, cual és la componente que arrastra el frente de onda?.

3°.-¿Cual és el modo dominante en una guía rectangular;Por qué?.

4°.-Una guía de onda circular está exitada de tal suerte que sólo pueden propagarse los modos TM.
a) Determinar entre qué límites está comprendido el radio "a" con una inyección de 10Gigahertz.TM01.
b)Adoptar "a=1,5cm", ¿Cual és el ancho de banda del modo TM_{01}?



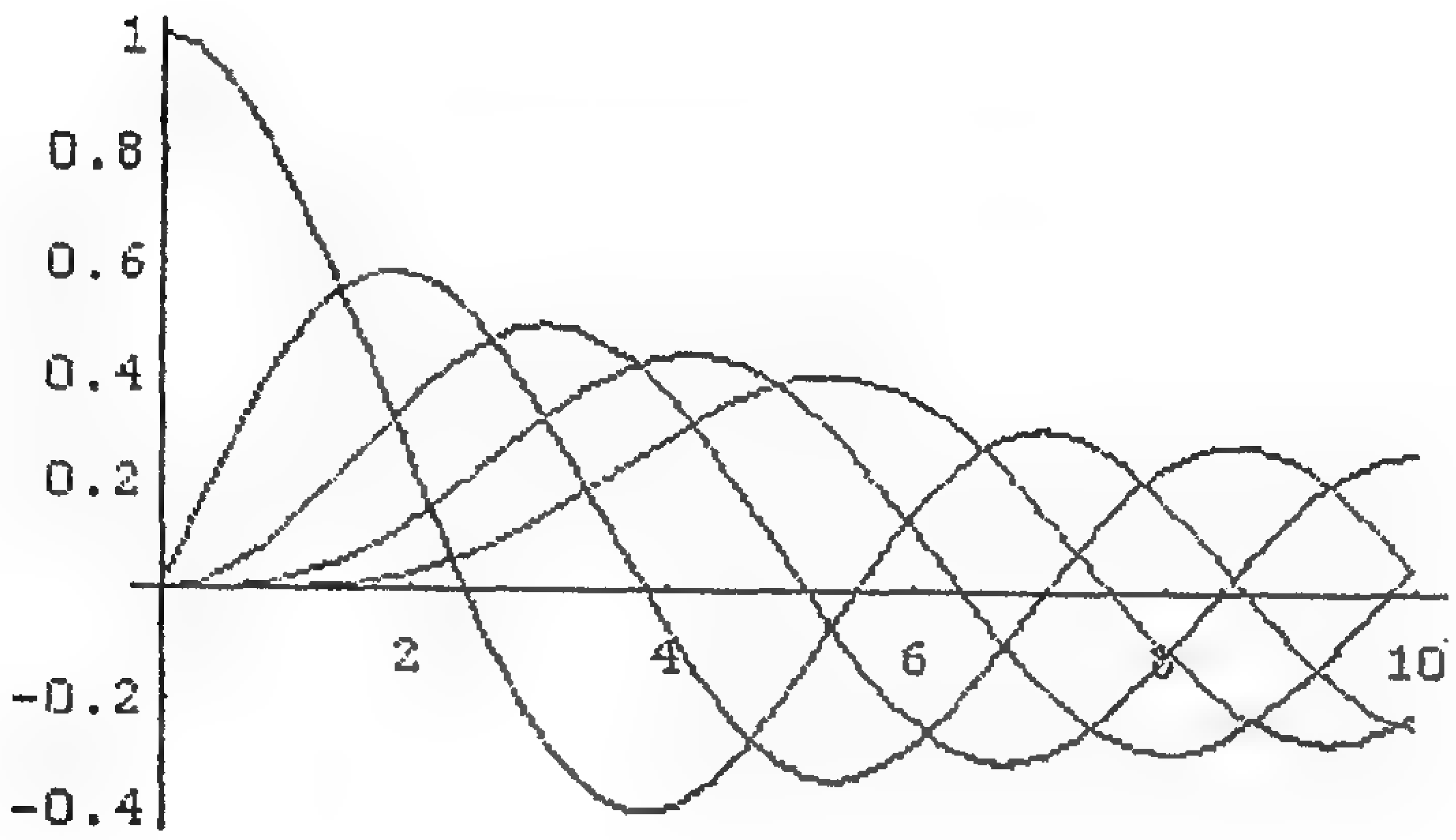
ISBN 978.987.05.5845.3

1°.-Una guía de onda rectangular con "a=16,52cm","b=8,26cm", cuenta con una longitud de onda en la guía igual a 40 centímetros, opera en el modo dominante y tiene una frecuencia de corte de 0,908Gigahertz.Se pide encontrar:
a)La frecuencia mas baja la cual permita transmitir el modo TE_{21}.
b)Constante de fase en la guía.

2°.-¿ En un modo de transmisión TE, cual és la componente que arrastra el frente de onda?.

3°.-¿Cual és el modo dominante en una guía rectangular;Por qué?.

4°.-Una guía de onda circular está exitada de tal suerte que sólo pueden propagarse los modos TM.
a) Determinar entre qué límites está comprendido el radio "a" con una inyección de 10Gigahertz.TM01.
b)Adoptar "a=1,5cm", ¿Cual és el ancho de banda del modo TM_{01}?



ISBN 978.987.05.5845.3

1º.-¿ Cual es la condición de contorno del campo magnético?. Justificar.

2º.-Un campo magnético de $10^{-3} A/m$ se propaga en un medio dieléctrico con permeabilidad unitaria a la velocidad de $2 \times 10^{8} m/s$. Se pide:a).-Campo electrico. b)Constante ε. c)Impedancia intrínseca.

3º.-Encontrar, frecuencia de corte, longitud de onda en la guía e impedancia de onda, para una guía de onda cilíndrica que trabaja en el modo TM11 con una señal inyectada de 14 Ghz y un diámetri interior de 3cm.

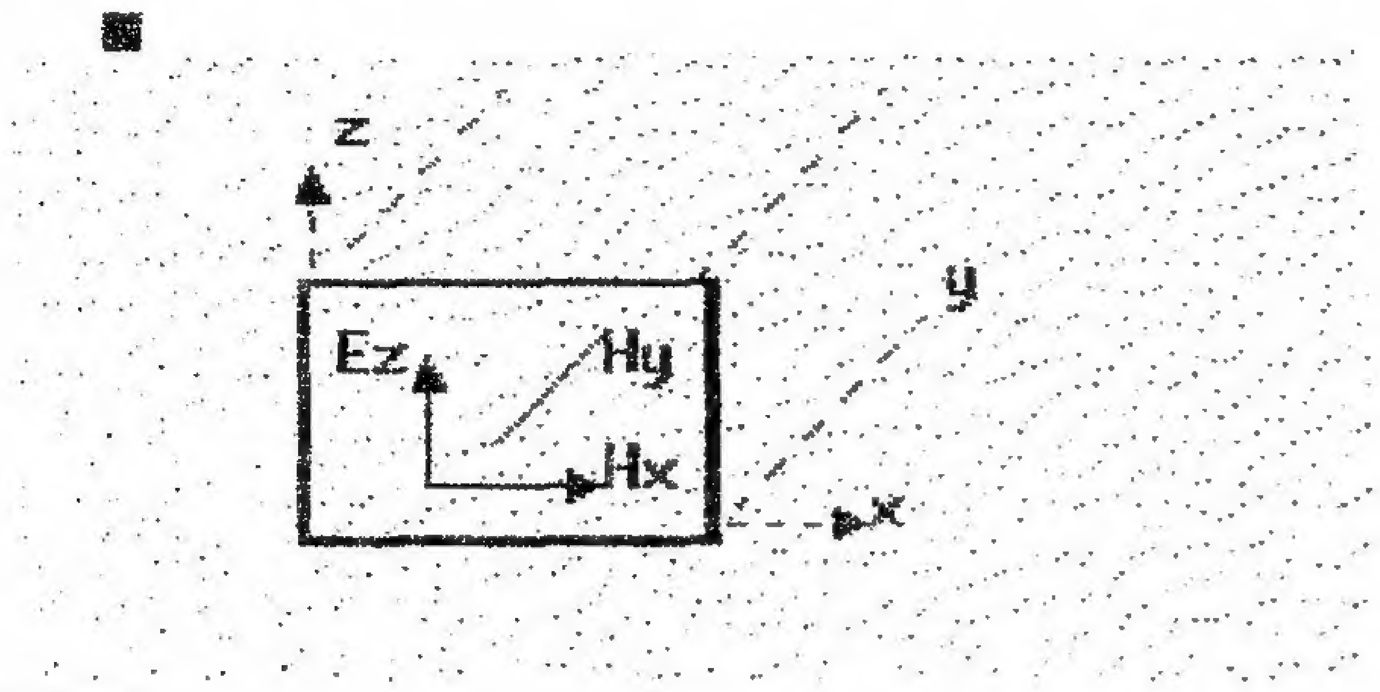
4º.Para hacer propagar en el modo principal en una guía normalizada rectangular, a= 2,285cm.b=1,016cm, se ha introducido un material dieléctrico.¿Cual es el margen de ε para que sólo pueda propagarse dicho modo?

ISBN 978.987.05.5845.3

EJERCICIO RESUELTO

ENERGIA TRANSMITIDA EN LA GUIA DE ONDA

Las dimensiones son a=30mm; b=20mm; frecuencia=7,5Gigahertz.Se pide la impedancia caracteristica y la máxima tensión entre placas. Modo TE10



SOLUCION

La potencia desarrollada en la ventana de la guía rectangular considerada:

$$1^\circ \qquad P = \frac{a.b}{4} \cdot \eta_0 \cdot \frac{\lambda_c^2}{\lambda_0 . \lambda_g} . H_0^2$$

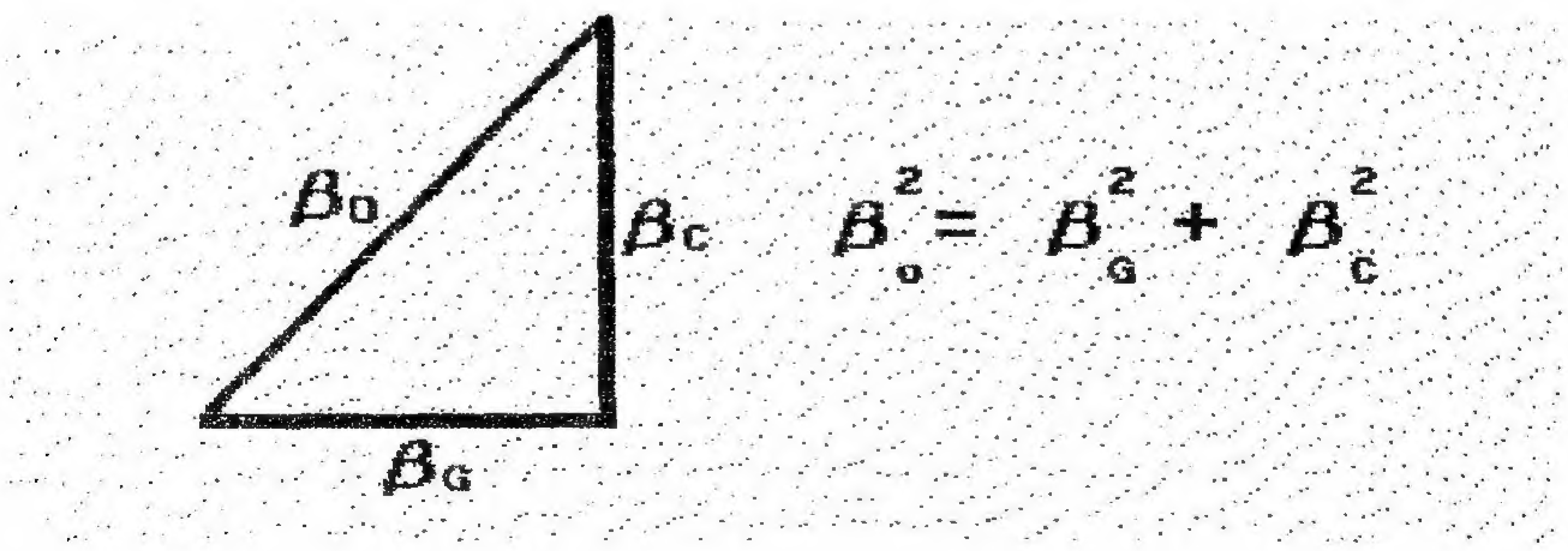
$$2^\circ .- \quad P = \frac{a.b}{4} \cdot \frac{\lambda_c^2}{\lambda_0 . \lambda_g} \cdot \frac{E_Z^2}{\eta_0}$$

La longitud de onda de corte, tratándose del Modo considerado.:

$$3^\circ .- \quad \lambda_C = 2.a = 2 \times 0{,}03m = 0{,}06m$$

$$4^\circ .- \quad \lambda_0 = \frac{\overline{c}}{f_0} = \frac{3 \times 10^8}{7{,}5 \times 10^9} = 0{,}04m$$

La longitud de onda en la guía la obtenemos mediante la configuración:



$$5^{\circ}.- \quad \frac{1}{\lambda_g} = \sqrt{\frac{1}{0{,}04^2} - \frac{1}{0{,}06^2}} = \frac{1}{0{,}04 \times 0{,}06}\sqrt{0{,}06^2 - 0{,}04^2} = 18{,}63$$

$$6^{\circ}.- \quad \lambda_g = 0{,}0537m \Rightarrow\Rightarrow \beta_g = 117rad/m$$

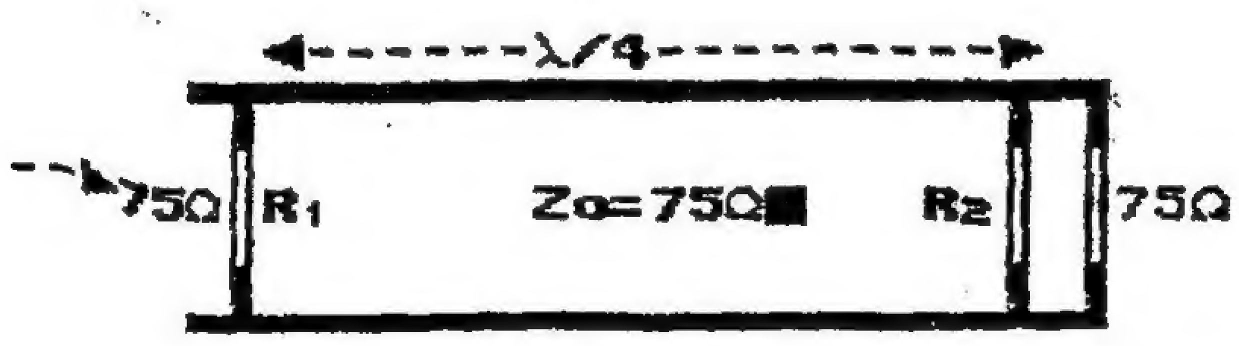
$$7^{\circ}.- \quad 5000\text{watt} = \frac{0{,}03 \times 0{,}02}{2}\frac{0{,}06^2}{0{,}04 \times 0{,}0537} \times \frac{E_Z^2}{120 \times \pi}$$

$$8^{\circ}.- \quad 5000 = 1{,}6 \times 10^{-4} \times E_Z^2$$

$$E_Z = \sqrt{\frac{5000}{1{,}6 \times 10^{-4}}} = 5590{,}17V/m$$

$$Vmax = 5590{,}17 \times b = 5590{,}17 \times 0{,}020 = 111{,}80volt$$

1.°-Se trata de una conector de microondas de 6dB que se halla intercalado en una línea de 75W



Calcular el valor de las resistencias conectada en los extremos.Justificar

2°.-Las impedancias de entrada de una línea sin pérdidas, a circuito abierto y corto circuito, de longitud, 1,5m, inferior a un cuarto de onda, son respectivamente, -j54,6 Ohms y j103 Ohms.
Calcular la impedancia característica de la línea y la constante fase.Justificar.

3°.-Una línea sin pérdidas de impedancia característica Z_0 =170 Ohms, terminada en una carga $Z_R = 85\Omega$. cuenta con una tensión incidente de 72volt.Calcular:a)Corriente Incidente, b)Coeficiente de reflexión, c)ROE, d)Tensión reflejada, e)Corriente reflejada, f)Potencia en la carga.

4°.-Se transmite un tren de pulsos a lo largo de una línea de transmisión de 200metros de longitud.El tren consta de pulsos de una duración de 30ns c/uno y separados 45ns. ¿Cuantos pulsos estar en la línea en un instante dado?

original.

U T N (FRA) – Cátedra Medios de Enlace- Año 2009

Práctica 5.

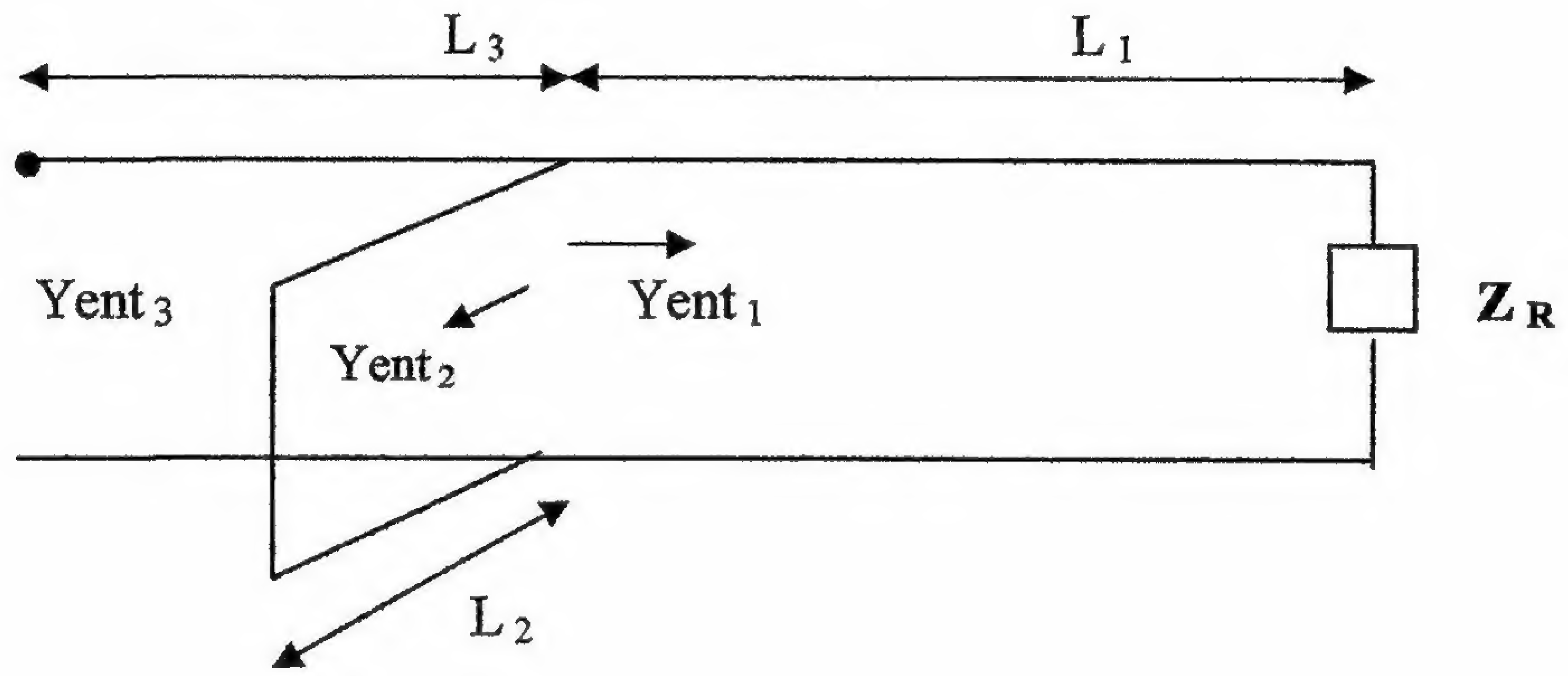
LINEAS DE TRANSMISIÓN

Ejercicio 1.

Las impedancias en circuito abierto y en cortocircuito medidas en los terminales de entrada de una línea de transmisión sin pérdidas de longitud 1.5 m, que es inferior a un cuarto de longitud de onda, son $-j\ 54{,}6\ \Omega$ y $j\ 103\ \Omega$, respectivamente. Calcular : **a)** $\mathbf{Z_0}$ y γ de la línea . **b)** Sin cambiar la frecuencia de operación, calcule la impedancia de entrada de una línea en cortocircuito que tenga dos veces la longitud especificada. **c)** ¿Qué longitud debe tener la línea en cortocircuito para que aparezca como un circuito abierto en los terminales de entrada?.

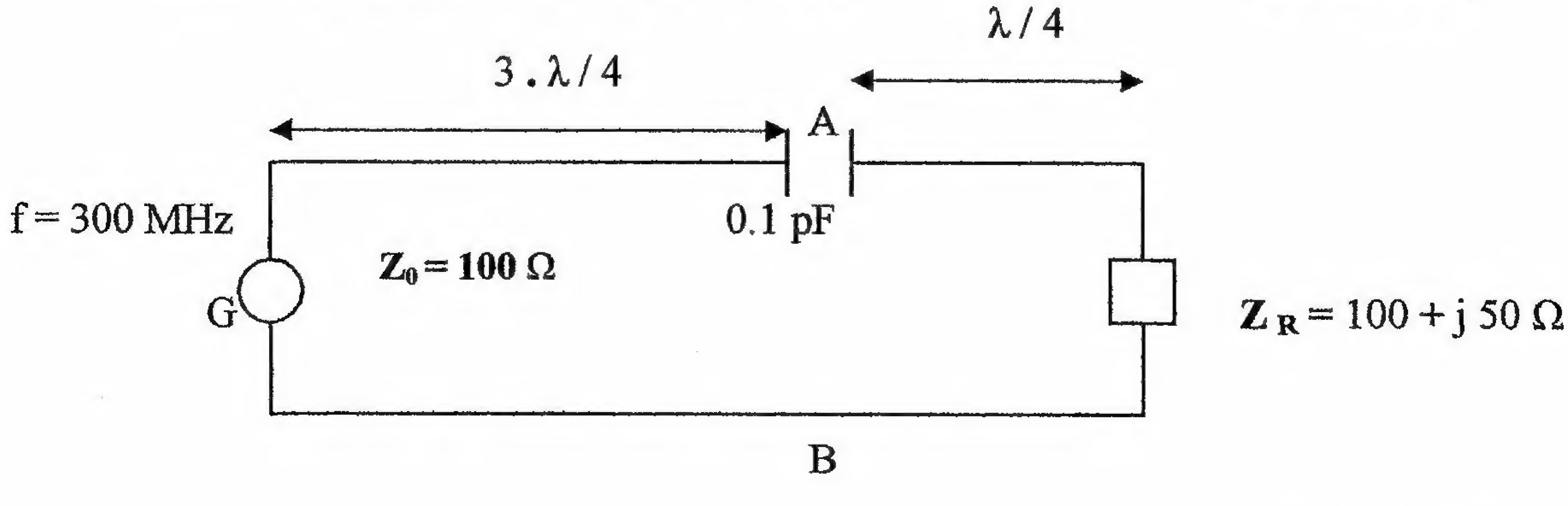
Ejercicio 2.

Una sección de línea de transmisión sin pérdidas se coloca en derivación en la línea principal, como s indica en la figura. Si $L_1 = \lambda / 4$, $L_2 = \lambda / 8$ y $L_3 = 7\lambda / 8$, halle: $Yent_1$,$Yent_2$ y $Yent_3$ **a)** Las distintas ROE. **b)** Las posibles ROE. Repita los cálculos si la sección en corto fuera abierta. Se sabe que **:** $\mathbf{Z_0 = 100\ \Omega}$; $\mathbf{Z_R = 200 + j\ 150\ \Omega}$.



Ejercicio 3.

Halle: **a)** Z_{AB} . **b)** R_e . **c)** X_e (e = entrada)



Prof. Di Nardo, P

original

U T N (F R A) Año 2009

MEDIOS DE ENLACE

LINEAS DE TRANSMISION

PRACTICA IV

Ejercicio 1.-

Un generador de impedancia de salida (500 + j0)Ω alimenta una carga de (36 + j0)Ω a través de una línea de impedancia característica (500 + j0)Ω de 95 metros. Entre el final de la línea de transmisión y la carga se introduce un trozo de otra línea, a modo de transformador de cuarto de longitud de onda, para que no haya onda reflejada. La frecuencia de uso es de 40 MHz y la velocidad de fase en la línea es de 0.97 c, donde c es la velocidad de la luz (3.10^{8} m/s). Diseñar dicho transformador de $\lambda/4$ (impedancia característica y largo).

Ejercicio 2.- Una línea de transmisión uniforme tiene los siguientes parámetros:
$R = 10^{-2}$ Ω/m
$G = 10^{-6}$ S/m
$L = 10^{-6}$ Hy/m
$C = 10^{-9}$ F/m
Si la frecuencia es 1590 Hz, encontrar:
a) Impedancia característica de la línea.
b) Velocidad de fase de la onda que se propaga en la línea.
c) El porcentaje al que decrece el voltaje de la onda a una distancia de 1km (hay sólo onda incidente).

Ejercicio 3.-

En el dibujo de la figura, calcular Zx con los siguientes datos:

$Z_0 = 200\ \Omega$
$Z'_0 = 100\ \Omega$
$Z_L = (50 + j50)\ \Omega$
$\lambda = 5$ m

Ejercicio 4.

- Se releva el patrón de onda estacionaria en una línea de 50Ω. Se utiliza una fuente con una frecuencia de 100 Mhz. La velocidad de fase de la onda es igual a c. Se encuentra que el ROE es de 1,5. Calcular Z_T si: a) el primer mínimo está a 75 cm de la carga. b) el primer mínimo está a 37,5 cm de la carga. c) el primer mínimo está a 112,5 cm de la carga.

Ejercicio 5.-

Una línea de 100Ω está cargada con una impedancia de (150 –j100)Ω.
a) Calcular la impedancia vista a una distancia 3/8 λ de la carga.
b) Calcular la ROE.

Prof. Di Nardo